COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 FÉVRIER 1864.

PRÉSIDENCE DE M. MORIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur de nouvelles machines locomotives mises récemment en service sur le chemin de fer du Nord et propres à opérer la traction des convois sur de fortes rampes; par* M. Combes.

« Notre savant confrère, M. Séguier, a entretenu l'Académie, dans une de ses dernières séances, des essais qui sont faits en Angleterre pour opérer la traction des convois sur des chemins de fer à très-fortes rampes, au moyen de machines locomotives établies sur un principe nouveau, dont il réclame avec raison la priorité. Au lieu d'emprunter, comme dans le système actuellement pratiqué, l'adhérence nécessaire pour entraîner le convoi, au frottement des roues *portantes* qui reçoivent l'action des pistons et qu'on appelle, en raison de cela, *roues motrices,* les nouvelles locomotives l'emprunteraient à une paire de roues horizontales pressant entre elles un troisième rail, établi au milieu de la voie et qui passerait entre elles comme une barre de fer entre les cylindres d'un laminoir, avec cette différence qu'ici la barre resterait fixe et que le laminoir recevrait le mouvement de translation. La pression des roues contre le rail intermédiaire serait déterminée par une sorte de tenaille ou pince de banc à tirer, dont les deux branches tendraient à être rapprochées par la traction même exercée sur le convoi, de sorte que

le serrage du rail et par conséquent le frottement résultant, qui produit l'adhérence, atteindraient toujours, sans la dépasser, l'intensité nécessaire pour prévenir le glissement et déterminer la progression du train.

» Ce système est de prime abord aussi séduisant qu'ingénieux. Cependant il n'est pas douteux que la mise à exécution, comme celle de presque toutes les conceptions mécaniques, ne rencontre des difficultés très-sérieuses. Ce n'est point ici le lieu de les indiquer et de les discuter; je désire, avec notre savant confrère, qu'elles soient heureusement surmontées.

» La question importante de la construction de machines locomotives capables d'opérer la traction de convois sur les chemins de fer offrant de fortes rampes et des courbes de petits rayons, est d'ailleurs susceptible de plusieurs solutions. Elle préoccupe depuis longtemps les ingénieurs engagés dans l'industrie des transports, qui, de leur côté, cherchent à la résoudre sans abandonner le principe sur lequel sont établies les machines actuelles. L'exploitation de la voie ferrée du Sœmmering, celle du chemin de fer de Gênes à Turin, dans la traversée de l'Apennin, et d'autres exemples que je pourrais citer, montrent que leurs tentatives n'ont pas été vaines.

» La Compagnie des chemins de fer du Nord de la France, sur la proposition de l'habile ingénieur directeur de l'exploitation, M. Petiet, est entrée à son tour résolûment dans la voie des expériences de ce genre. Elle a fait construire dix machines locomotives nouvelles d'une très-grande puissance, dont le poids tout entier est employé pour l'adhérence, pouvant circuler dans des courbes dont le rayon descend jusqu'à 80 mètres, et qui sont également propres à la traction de convois de marchandises considérables, sur les parties horizontales ou à faible inclinaison, et de convois moins lourds, sur de fortes rampes.

» J'ai assisté, le 21 janvier dernier, avec plusieurs ingénieurs, à l'essai de l'une de ces machines sur le chemin de fer de Chauny à Saint-Gobain; les résultats en ont été satisfaisants et me paraissent très-dignes de fixer l'attention de l'Académie.

» Les machines locomotives sont à quatre cylindres et à six essieux distribués en deux groupes indépendants de trois essieux couplés ensemble et commandés chacun par les pistons d'une paire de cylindres. Les roues sont d'un petit diamètre ($1^{m},065$), de sorte que le foyer de la chaudière les déborde en largeur, ce qui a permis de donner à la grille une surface de grandeur inusitée, $3^{mq},33$. La surface de chauffe totale est de 221 mètres carrés et dépasse également en étendue celle des plus puissantes machines qu'on eût construites antérieurement. Elle porte au départ un approvision-

nement de 8000 kilogrammes d'eau et 2200 kilogrammes de combustible. Son poids total approche alors de 60000 kilogrammes, à peu près uniformément répartis sur les six essieux et les douze roues, dont chacune charge le rail d'environ 5000 kilogrammes. L'écartement des essieux extrêmes est de 6 mètres. Afin de faciliter le passage dans les courbes de petits rayons, M. Beugniot a appliqué, dans les ateliers de MM. André Kœchlin et Cie de Mulhouse, les dispositions suivantes. Les boudins des bandages des roues fixées sur les deux essieux moteurs intermédiaires de chaque groupe ont été diminués d'épaisseur. Le jeu dans le sens longitudinal des quatre autres essieux dans les coussinets a été porté à 46 millimètres, et les deux essieux extrêmes de chaque groupe ont été liés entre eux par un balancier horizontal, tournant autour d'un axe placé à l'aplomb de l'essieu intermédiaire et qui oblige l'un d'eux à se déplacer longitudinalement de gauche à droite de la même quantité dont son connexe se déplace de droite à gauche, et *vice versâ*. Le placement des roues sur les rails dans les parties en courbe est ainsi facilité, quoique les essieux ne cessent pas d'être parallèles entre eux.

» Le chemin de fer de Chauny à Saint-Gobain, d'un développement de 14500 mètres, présente d'abord, au départ de Chauny, des pentes et rampes de 13 millimètres avec courbes de 275 mètres de rayon en minimum. Il se termine, vers Saint-Gobain, par une rampe dont l'inclinaison atteint 18 millimètres, avec courbes dont le rayon descend à 220 mètres. La gare de Saint-Gobain est elle-même formée de deux courbes en sens inverse, de 125 mètres de rayon sur un développement de 200 mètres. La voie se prolonge au delà dans la manufacture des glaces, où elle forme un demi-cercle complet de 80 mètres de rayon, avec rampe de 25 millimètres.

» La locomotive décrite a fait, pendant huit jours, tout le service de la ligne de Chauny à Saint-Gobain, et a pu circuler dans la courbe de 80 mètres de rayon, sans plus de difficulté que des locomotives à quatre essieux couplés qui le faisaient antérieurement.

» Voici maintenant les données et le résultat de l'expérience du 21 janvier dernier.

» Le train remorqué était composé de vingt et un véhicules remorqués, fourgons, waggons chargés de houille et voitures de voyageurs pesant ensemble 267000 kilogrammes. Les heures des passages du train d'essai ont été relevées sur la rampe de 18 millimètres à chaque poteau hectométrique. Les premiers 1200 mètres ont été parcourus avec une vitesse moyenne et à peu près régulière de 20 kilomètres à l'heure. Vers le douzième poteau kilo-

métrique, les roues de la locomotive ont glissé sur les rails, patiné; l'adhérence était à son extrême limite. Néanmoins il n'y a pas eu d'arrêt complet; seulement la vitesse moyenne, sur un parcours de 800 mètres, n'a été que de $8^{km},3$ par heure, et la vitesse minimum est descendue jusqu'à $1^{m},43$ par seconde ou $5^{km},15$ par heure. Le train a repris ensuite une vitesse de 20 kilomètres à l'heure et a franchi les derniers 1100 mètres affectés de petites courbes, qui précèdent la gare, avec une vitesse de 17 kilomètres. Arrivée à la gare de Saint-Gobain, la locomotive est allée se placer en queue d'un petit train de waggons et l'a poussé dans l'usine sur la courbe de 80 mètres de rayon, avec rampe de 25 millimètres, qu'elle a parcourue tout entière. A l'extrémité de cette courbe, les freins des waggons ayant été serrés, on a fait patiner sur place les douze roues et exécuté plusieurs manœuvres en avant et en arrière, sans qu'aucune pièce ait subi d'avarie, ou ait donné des indices de fatigue excessive.

» Cet essai démontre que la nouvelle locomotive du Nord à quatre cylindres, et à six essieux divisés en deux groupes de trois couplés ensemble et munis de balanciers, suivant le système Beugniot, peut circuler dans des courbes de très-petits rayons; que la limite supérieure de l'adhérence, pour un état peu favorable des rails (c'était le cas le jour de l'expérience), atteint à peu près les $\frac{13}{100}$ du poids total de la machine, et peut faire équilibre à une résistance totale d'environ 7300 kilogrammes; qu'enfin la machine, qui a remorqué sur la rampe de 18 millimètres un train pesant brut 267 tonnes, pourrait remorquer un train du poids brut de 100 tonnes environ, indépendamment de son propre poids, à la vitesse de 17 à 20 kilomètres à l'heure, sur une rampe de 40 millimètres, avec courbes de 250 mètres de rayon en minimum. »

PALÉONTOLOGIE. — *Remarques sur quelques résultats des fouilles faites récemment par* M. de Lastic, *dans la caverne de Bruniquel; par* **MM. Milne Edwards** *et* **Lartet.**

« Notre savant ami, M. de Quatrefages, a déjà eu l'occasion d'entretenir l'Académie de la découverte d'ossements humains dans le sol d'une caverne située sur les bords de l'Aveyron, près des ruines de l'ancien château de Bruniquel. Le propriétaire de cette caverne, M. le vicomte de Lastic, y a poursuivi ses fouilles avec beaucoup d'activité et a obtenu de la sorte un très-grand nombre d'objets intéressants, qu'il a bien voulu soumettre à notre examen lors d'une visite que nous avons faite dernièrement au châ-

teau de Saleth, dans le département de Tarn-et-Garonne. Il serait prématuré de parler en ce moment de la plupart de ces pièces, mais il en est une dont nous croyons devoir dire quelques mots, parce qu'elle fournit un nouvel élément pour l'étude des questions relatives à l'histoire naturelle de l'homme.

» D'après l'inspection des lieux et les résultats des fouilles faites en notre présence dans la caverne de Bruniquel, il nous paraît évident que pendant fort longtemps cette grotte naturelle a servi d'habitation à des hommes qui ne connaissaient ni le fer ni le bronze, mais qui étaient fort habiles dans l'art de travailler l'os avec des outils en pierre. Le sol de cette caverne recèle une quantité énorme de fragments d'os de Rennes, de Bœufs et de Chevaux, mêlés à une multitude de produits d'une industrie primitive et à des débris de plusieurs squelettes humains. Mais là, comme dans les autres localités analogues, où des faits du même ordre avaient été constatés précédemment, le mélange de ces objets dans une même couche de terrain ne suffirait pas pour prouver que l'homme avait été le contemporain de tous ces animaux, car on pourrait supposer que l'enfouissement des armes, des outils et des os humains était dû à un remaniement du sol où les ossements des animaux en question existaient déjà depuis fort longtemps. Un pareil mélange pouvait donc avoir été effectué à une époque postérieure à celle où le Renne a cessé d'habiter l'Europe tempérée et avoir rassemblé pêle-mêle dans un même dépôt des objets d'âges très-différents. Pour prouver que l'homme y avait été contemporain du Renne, il fallait donc des faits d'un autre ordre. Or, nous avons remarqué dans la collection formée à Bruniquel, par M. de Lastic, une pièce qui nous semble décisive et qui nous paraît mériter de fixer l'attention de l'Académie.

» En effet, parmi les os sculptés trouvés à une profondeur considérable dans le sol de la caverne, il en est un qui porte gravé au trait, à côté d'une tête de Cheval parfaitement reconnaissable, une tête de Renne non moins bien caractérisée et facile à reconnaître par la forme des bois dont le front est armé.

» Cette sculpture, quelle qu'en soit la date, ne peut avoir été faite qu'à une époque où les habitants de Bruniquel connaissaient l'animal dont l'un d'eux a fait le portrait, et ils ne pouvaient le connaître que si le Renne vivait avec eux dans la région tempérée de l'Europe ; car il nous paraîtrait impossible de supposer qu'à une période si peu avancée de la civilisation, les peuplades sauvages des rives de l'Aveyron eussent connu et pris pour

modèle de leurs ornements grossiers un animal exotique relégué dans les régions circompolaires.

» Nous voyons donc dans cette sculpture une preuve de l'existence de l'homme dans les Gaules avant que le Renne eût disparu de nos contrées.

» Or, tous les zoologistes considèrent comme démontré que la disparition de ce quadrupède des forêts de la Gaule et sa retraite vers les régions circompolaires datent d'une époque qui est antérieure aux temps historiques.

» Par conséquent, c'est aussi à une époque antérieure à toutes celles dont l'histoire ou les traditions ont conservé le souvenir, que la caverne de Bruniquel était habitée par les hommes dont le travail manuel a donné les résultats dont nous venons d'entretenir l'Académie.

» Nous nous abstenons de toute conjecture relative au laps de temps écoulé depuis la disparition du Renne dans les Gaules jusqu'au moment où Jules César vint explorer et conquérir ce pays. En effet, les supputations de ce genre reposent rarement sur des bases assez solides pour nous satisfaire. Mais la zoologie comparative peut nous fournir d'utiles lumières, et c'est pour cette raison qu'il nous a semblé bon d'enregistrer le fait dont nous venons de rendre compte, fait dont les conséquences nous paraissent indiscutables. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un nouveau développement en série des fonctions; par* M. HERMITE.

« Je vais donner dans cette Note quelques nouvelles remarques sur les polynômes tirés des exponentielles e^{-ax^2}, $e^{-\varphi(x,y,z,\ldots)}$ et qui peuvent être employés, comme je l'ai fait voir précédemment (*Comptes rendus*, t. LVIII, séance du 11 janvier), au développement en série des fonctions d'une ou de plusieurs variables. J'indiquerai, en premier lieu, une modification légère à apporter à leur définition, et dont l'effet, comme on le reconnaîtra, est de simplifier leurs expressions algébriques. Ainsi les équations

$$e^{-\varphi(x+h,\ y+h_1,\ z+h_2,\ldots)} = e^{-\varphi(x,\ y,\ z,\ldots)} \sum \frac{h^n h_1^{n'} h_2^{n''} \ldots}{(n)(n')(n'')\ldots} \mathrm{U}_{n,\ n',\ n'',\ldots}$$

et

$$e^{-\varphi\left(x+\frac{d\psi}{dk},\ y+\frac{d\psi}{dk_1},\ z+\frac{d\psi}{dk_2},\ldots\right)} = e^{-\varphi(x,\ y,\ z,\ldots)} \sum \frac{k^n k_1^{n'} k_2^{n''} \ldots}{(n)(n')(n'')\ldots} \mathrm{V}_{n,\ n',\ n'',\ldots}$$

que j'avais d'abord données, seront remplacées par celles-ci :

$$e^{-\frac{1}{2}\varphi(x-h,\, y-h_1,\, z-h_2,\ldots)} = e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y,z,\ldots)} \sum \frac{h^n h_1^{n'} h_2^{n''}\ldots}{(n)(n')(n'')\ldots}\, \mathrm{U}_{n,n',n'',\ldots}$$

$$e^{-\frac{1}{2}\varphi\left(x-\frac{1}{2\delta}\frac{d\psi}{dk},\; y-\frac{1}{2\delta}\frac{d\psi}{dk_1};\; z-\frac{1}{2\delta}\frac{d\psi}{dk_2},\ldots\right)} = e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y,z,\ldots)} \sum \frac{k^n k_1^{n'} k_2^{n''}\ldots}{(n)(n')(n'')\ldots}\, \mathrm{V}_{n,n',n'',\ldots}$$

» En particulier, pour le cas d'une seule variable, je poserai :

$$e^{-\frac{a}{2}(x-h)^2} = e^{-\frac{x^2 a}{2}} \left(\mathrm{U}_0 + \frac{h}{1}\mathrm{U}_1 + \frac{h^2}{1.2}\mathrm{U}_2 + \ldots\right),$$

et on aura de la sorte :

$$\mathrm{U}_n = a^n x^n - \frac{n(n-1)}{2} a^{n-1} x^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.4} a^{n-2} x^{n-4} - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2.4.6} a^{n-3} x^{n-6} + \ldots,$$

ce qui montre déjà la simplification dont je parle. Ordonnant par rapport aux puissances ascendantes, on obtiendra pour n pair :

$$\frac{(-1)^{\frac{n}{2}}\mathrm{U}_n}{1.3.5\ldots n-1.a^{\frac{n}{2}}} = 1 - \frac{nax^2}{1.2} + \frac{n(n-2)a^2x^4}{1.2.3.4} - \frac{n(n-2)(n-4)a^3x^6}{1.2.3.4.5.6} + \ldots,$$

et pour n impair :

$$\frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}\mathrm{U}_n}{1.3.5\ldots n.a^{\frac{n-1}{2}}} = x - \frac{(n-1)ax^3}{1.2.3} + \frac{(n-1)(n-3)a^2x^5}{1.2.3.4.5} - \frac{(n-1)(n-3)(n-5)a^3x^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \ldots$$

» A ces formules j'ajouterai encore les relations :

$$\mathrm{U}_{n+1} - ax\,\mathrm{U}_n + an\,\mathrm{U}_{n-1} = 0,$$

$$\frac{d^2\mathrm{U}_n}{dx^2} - ax\frac{d\mathrm{U}_n}{dx} + an\,\mathrm{U}_n = 0,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ax^2}{2}}\,\mathrm{U}_n\mathrm{U}_{n'}\,dx = 0, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ax^2}{2}}\,\mathrm{U}_n^2\,dx = 1.2.3\ldots n.a^n\sqrt{\frac{2\pi}{a}}.$$

» Maintenant j'arrive aux polynômes à plusieurs variables.

I.

» Soit, en considérant pour plus de simplicité le cas de deux variables seulement,

$$\varphi(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2;$$

nos polynômes seront définis par l'équation

$$e^{-\frac{1}{2}\varphi(x-h,\, y-h_1)} = e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)} \sum \frac{h^m h_1^n}{(m)\,(n)} \mathrm{U}_{m,n}$$

ou bien

$$e^{h(ax+by)+h_1(bx+cy)} = e^{\frac{1}{2}\varphi(h,\, h_1)} \sum \frac{h^m h_1^n}{(m)\,(n)} \mathrm{U}_{m,n}.$$

» On trouvera ainsi, en faisant, pour abréger,

$$ax + by = \xi, \quad bx + cy = \eta,$$

les valeurs

$$\begin{array}{ll}
\mathrm{U}_{0,0} = 1, & \mathrm{U}_{3,0} = \xi^3 - 3a\xi, \\
\mathrm{U}_{1,0} = \xi, & \mathrm{U}_{2,1} = \xi^2\eta - 2b\xi - a\eta, \\
\mathrm{U}_{0,1} = \eta, & \mathrm{U}_{1,2} = \xi\eta^2 - 2b\eta - c\xi, \\
\mathrm{U}_{2,0} = \xi^2 - a, & \mathrm{U}_{0,3} = \eta^3 - 3c\eta, \\
\mathrm{U}_{1,1} = \xi\eta - b, & \mathrm{U}_{4,0} = \xi^4 - 6a\xi^2 + 3a^2, \\
\mathrm{U}_{0,2} = \eta^2 - c, & \ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}$$

Généralement, soit

$$\mathrm{F}_n(x, a) = x^n - \frac{n(n-1)}{2} a x^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.4} a^2 x^{n-4} - \ldots,$$

c'est-à-dire l'expression même de U_n, quand on y aura mis $\frac{x}{a}$ au lieu de x; on aura

$$\begin{aligned}
\mathrm{U}_{m,n} = {} & \mathrm{F}_m(\xi, a)\mathrm{F}_n(\eta, c) - mnb\,\mathrm{F}_{m-1}(\xi, a)\mathrm{F}_{n-1}(\eta, c) \\
& + \frac{mn(m-1)(n-1)}{1.2} b^2 \mathrm{F}_{m-2}(\xi, a)\mathrm{F}_{n-2}(\eta, c) \\
& - \frac{mn(m-1)(n-1)(m-2)(n-2)}{1.2.3} b^3 \mathrm{F}_{m-3}(\xi, a)\mathrm{F}_{n-3}(\eta, c) \\
& + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

A l'égard des polynômes $V_{m,n}$, l'équation de définition donnera

$$e^{kx+k_1y} = e^{\frac{\psi(k,k_1)}{2\delta}} \sum \frac{k^m k_1^n}{(m)(n)} V_{m,n},$$

d'où l'on voit que leur expression coïncidera avec la précédente en mettant x et y au lieu de ξ et η, et en remplaçant a, b, c par les coefficients de la forme adjointe $\frac{c}{\delta}$, $\frac{-b}{\delta}$, $\frac{a}{\delta}$ divisés par le déterminant $\delta = ac - b^2$. Cela posé, on obtiendra aisément les relations

$$\begin{gathered} U_{m+1,n} - \xi U_{m,n} + am U_{m-1,n} + bn U_{m,n-1} = 0, \\ U_{m,n+1} - \eta U_{m,n} + bm U_{m-1,n} + cn U_{m,n-1} = 0, \end{gathered}$$

et celles-ci

$$\frac{dU_{m,n}}{d\xi} = m U_{m-1,n}, \quad \frac{dU_{m,n}}{d\eta} = n U_{m,n-1},$$

d'où se tirent les deux équations linéaires du second ordre aux différences partielles

$$\begin{gathered} a \frac{d^2 U_{m,n}}{d\xi^2} + b \frac{d^2 U_{m,n}}{d\xi\, d\eta} - \xi \frac{dU_{m,n}}{d\xi} + m U_{m,n} = 0, \\ c \frac{d^2 U_{m,n}}{d\eta^2} + b \frac{d^2 U_{m,n}}{d\xi\, d\eta} - \eta \frac{dU_{m,n}}{d\eta} + n U_{m,n} = 0. \end{gathered}$$

Je joindrai aussi à la relation fondamentale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)} U_{m,n} V_{p,q}\, dx\, dy = 0$$

les suivantes :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)} U_{m,n} V_{p,q}\, dx = 0,$$

sous la condition $m > p$, et

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)} U_{m,n} V_{p,q}\, dy = 0,$$

en supposant $n > q$. On en déduit aisément

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)} U_{m,n} \theta(x)\, dx = 0, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)} U_{m,n} \vartheta(y)\, dy = 0,$$

$\theta(x)$ et $\vartheta(y)$ étant les polynômes entiers en x et y des degrés $m-1$ et $n-1$, à coefficients arbitraires. Voici la conséquence qu'on en déduit.

II.

» Je dis que l'équation $U_{m,n}=0$, considérée par rapport à x, admet au moins m racines réelles, quel que soit y, et envisagée par rapport à y, n racines réelles quel que soit x. Employant en effet la belle méthode donnée par Legendre dans les *Exercices de Calcul intégral* pour les fonctions X_n, je supposerai i racines réelles,

$$x = x_1,\ x_2,\ldots,\ x_i,$$

i étant moindre que m; et en faisant pour un instant

$$f(x)=(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_i),$$
$$U_{m,n}=f(x)F(x),$$

je prendrai $\theta(x)=f(x)$, ce qui donne l'égalité

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)} f^2(x)F(x)\,dx = 0.$$

On en conclut que le polynôme $F(x)$ change de signe au moins une fois entre $-\infty$ et $+\infty$, sans quoi l'intégrale ayant tous ses éléments positifs ne pourrait s'évanouir, de sorte qu'on peut ajouter une nouvelle racine réelle aux précédentes, et poursuivre ainsi jusqu'à ce qu'on soit amené à la limite du degré de $\theta(x)$. Cela donne par conséquent m racines réelles pour x, et en opérant sur y on trouverait de même le résultat annoncé. Mais on peut aller plus loin et établir que l'équation $U_{m,n}=0$, considérée par rapport à x ou y, a toujours toutes ses racines réelles.

» Remontant à cet effet à la définition même de nos fonctions, savoir :

$$e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)}U_{m,n}=(-1)^{m+n}\frac{d^{m+n}e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)}}{dx^m\,dy^n},$$

je remarque qu'on a pour $m=0$

$$e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)}U_{0,n}=(-1)^{n}\frac{d^{n}e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)}}{dy^n},$$

de sorte qu'on peut écrire

$$e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)}U_{m,n}=(-1)^{m}\frac{d^{m}e^{-\frac{1}{2}\varphi(x,y)}U_{0,n}}{dx^m}.$$

Or on a, d'après l'expression générale précédemment donnée,

$$U_{0,n} = F_n(\eta, c),$$

et, en vertu de la liaison remarquée entre F_n et les fonctions U_n à une seule variable, nous sommes déjà assurés que l'équation $U_{0,n} = 0$ admet n racines réelles par rapport à $\eta = bx + cy$, et par conséquent par rapport à x quel que soit y. Le facteur exponentiel étant toujours positif, on en conclut que la dérivée $\frac{de^{-\frac{1}{2}\varphi(x, y)} U_{0,n}}{dx}$ a $n - 1$ racines dans l'intervalle des précédentes. Mais, en raison de ce même facteur exponentiel, l'expression $e^{-\frac{1}{2}\varphi(x, y)} U_{0,n}$ s'annule pour $x = -\infty$ et $x = +\infty$, d'où résulte nécessairement, dans la dérivée, deux nouvelles racines, l'une entre $-\infty$ et la plus petite racine de l'équation $U_{0,n} = 0$, l'autre entre la plus grande et $+\infty$. Il est prouvé par là que la nouvelle équation $U_{1,n} = 0$ admet $n + 1$ racines; et en continuant de proche en proche le même raisonnement, on établira l'existence de $m + n$ racines réelles pour l'équation $U_{m,n} = 0$, dont le degré est $m + n$ par rapport à x. La même chose aura lieu évidemment à l'égard de y, et notre proposition se trouve ainsi démontrée.

III.

» Je terminerai par une remarque sur la valeur limite, lorsqu'on suppose n très-grand, des termes du développement d'une fonction $F(x)$ par la formule

$$F(x) = \sum A_n U_n,$$

où le coefficient A_n est, comme on l'a dit précédemment, déterminé par la relation

$$A_n = \frac{1}{1.2\ldots n.a^n}\sqrt{\frac{a}{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ax^2}{2}} U_n F(x)\,dx,$$

et qui pourra servir à la recherche des conditions de convergence de ce développement. Suivant à cet effet la méthode donnée par Laplace dans la *Connaissance des Temps*, année 1827, et appliquée par ce grand géomètre aux fonctions X_n de Legendre, je représenterai l'intégrale de l'équation

$$\frac{d^2U_n}{dx^2} - ax\frac{dU_n}{dx} + anU_n = 0$$

par

$$U_n = p\sin(x\sqrt{an}) + q\cos(x\sqrt{an}).$$

En substituant et égalant séparément à zéro les coefficients de $\sin(x\sqrt{an})$ et $\cos(x\sqrt{an})$, on aura

$$axp - 2\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\sqrt{an}}\left(\frac{d^2q}{dx^2} + ax\frac{dq}{dx}\right),$$

$$2\frac{dq}{dx} - axq = \frac{1}{\sqrt{an}}\left(\frac{d^2p}{dx^2} - ax\frac{dp}{dx}\right),$$

et par suite, en négligeant les termes divisés par $\sqrt{n}$,

$$axp - 2\frac{dp}{dx} = 0, \quad axq - 2\frac{dq}{dx} = 0,$$

d'où

$$p = \alpha e^{\frac{ax^2}{4}}, \qquad q = \beta e^{\frac{ax^2}{4}}.$$

Les constantes α et β se déterminent d'après la condition que U_n soit une fonction paire ou impaire de x, suivant que n est lui-même pair ou impair, et en comparant au premier terme des développements

$$(-1)^{\frac{n}{2}}U_n = 1.3.5\ldots n-1.a^{\frac{n}{2}}\left(1 - \frac{nax^2}{2} + \ldots\right),$$

$$(-1)^{\frac{n-1}{2}}U_n = 1.3.5\ldots n.a^{\frac{n+1}{2}}\left(x - \frac{(n-1)ax^3}{1.2.3} + \ldots\right).$$

On obtient ainsi pour n pair l'expression limite

$$A_n U_n = \sqrt{\frac{a}{n}}.e^{\frac{ax^2}{4}}\cos(x\sqrt{an}) \times \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ax^2}{4}} F(x)\cos(x\sqrt{an})\,dx,$$

et pour n impair

$$A_n U_n = \sqrt{\frac{a}{n}}.e^{\frac{ax^2}{4}}\sin(x\sqrt{an}) \times \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{ax^2}{4}} F(x)\sin(x\sqrt{an})\,dx.$$

» En mettant dans les intégrales $\frac{x}{\sqrt{an}}$ au lieu de x, on peut dire encore que les termes du développement $\sum A_n U_n$ tendent de plus en plus à se confondre avec ceux de la série

$$e^{\frac{ax^2}{4}}\sum \frac{1}{n}\left[a_n\cos(x\sqrt{an}) + b_n\sin(x\sqrt{an})\right],$$

où l'on suppose

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{4n}} F\left(\frac{x}{\sqrt{an}}\right)\cos x\,dx, \quad b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{4n}} F\left(\frac{x}{\sqrt{an}}\right)\sin x\,dx,$$

Ces expressions en série au moyen du polynôme U_n, d'après une observation importante faite par M. Bienaymé à l'occasion d'un Mémoire de M. Tchébychef (sur les fractions continues, *Journal de M. Liouville*, année 1858), appartiennent à cette catégorie très-étendue de développements qui donnent des formules d'interpolation par la méthode des moindres carrés. Je remarquerai enfin que la quantité U_n s'offre dans la théorie de la chaleur et a été déjà considérée par M. Sturm dans son beau *Mémoire sur une classe d'équations aux différences partielles*. Si l'on désigne par u la température d'une barre non homogène, de petite épaisseur, placée dans un milieu d'une température constante, on a, comme on sait, l'équation

$$g\frac{du}{dt} = \frac{d\left(k\frac{du}{dx}\right)}{dx} - lu.$$

Considérant le cas où, pour $x = \xi$, $t = \tau$, la fonction u s'annule avec ses $n - 1$ premières dérivées par rapport à x, M. Sturm donne l'expression suivante :

$$u(\xi + x,\ \tau - t) = A\left(\frac{kt}{g}\right)^n (P + \varepsilon),$$

où le polynôme P, en faisant

$$x = z\sqrt{\frac{kt}{g}},$$

a pour valeur

$$P = \frac{z^{2n}}{(2n)} - \frac{z^{2n-2}}{(2n-2)} + \frac{z^{2n-4}}{1.2(2n-4)} - \frac{z^{2n-6}}{1.2.3(2n-6)} + \ldots.$$

Or, on a ainsi précisément la fonction $\frac{1}{(2n)}U_{2n}$, en supposant la constante a égale à 2. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur la meilleure disposition à donner au frein de Prony, dans les expériences sur les machines motrices; par* **M. H. Tresca.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Piobert, Combes, Morin.)

« Le frein de Prony ne peut conduire à l'évaluation exacte de la puissance d'un moteur qu'à la condition que son levier se maintiendra pendant assez longtemps dans une position invariable d'équilibre, malgré le desserrage continuel qui résulte de l'usé ou du polissage des surfaces, et le serrage que

le conducteur de l'appareil doit exercer de temps en temps pour obvier à ce premier inconvénient.

» En général, les dispositions adoptées ont pour effet de rendre trop brusque l'action de ce serrage, et de donner ainsi naissance à des variations de vitesse qui sont très-difficiles à combattre quand une fois elles se sont produites.

» Il importe donc :

» 1° Que le déplacement du bras de levier, par l'une ou l'autre de ces causes, amène de lui-même, et d'une manière automatique, un nouvel état d'équilibre dynamique entre le frottement et la charge du frein ;

» 2° Que, pour arriver à ce nouvel état d'équilibre, la machine motrice n'ait pas à dépenser une quantité de travail très-différente de celle qu'elle fournit, d'une manière normale, dans son état de régime.

» Pour satisfaire à cette double condition, on voit facilement, par quelques considérations théoriques, que la charge du frein doit être toujours appliquée au-dessous de l'horizontale qui passe par le centre de rotation, et que le bras de levier de cette charge doit être plus court qu'on ne le fait généralement, par rapport au rayon de la poulie de frein.

» En résumé, cette Note recommande :

» 1° De faire toujours supporter la charge par le levier inférieur du frein, pour maintenir l'appareil dans des conditions d'équilibre stable ;

» 2° D'employer des poulies de grand diamètre pour réduire autant que possible le frottement des machines, par mètre carré de surface frottante, et de rendre ainsi le travail résistant plus régulier ;

» 3° De limiter la longueur L du bras de levier à deux fois, au plus, celle du rayon de la poulie de frottement, dans le double but de rendre l'appareil plus automatique et de restreindre les variations de la vitesse du moteur ;

» 4° Dans le cas des machines puissantes, d'équilibrer l'action de la résistance sur les coussinets, en la répartissant sur deux leviers parallèles, de manière que la moitié de la résistance décharge ces coussinets de toute la charge déterminée par l'autre moitié. »

GÉOLOGIE. — *Sur les alluvions des environs de Toul; par* M. **Husson**. (Extrait.)

(Commissaires déjà nommés pour les précédentes communications de M. Husson.)

« A la fin de ma Note du 22 novembre dernier (*Comptes rendus*, t. LVIII,

p. 55), j'ai dit pourquoi je ne pensais pas devoir alors me prononcer sur un point important de la question, c'est-à-dire sur certains débris de silex du coteau de *la Treiche*. Mais de nouvelles recherches me permettent aujourd'hui de compléter mon travail à ce sujet, et de poser quelques conclusions générales, en les accompagnant de plusieurs faits nouveaux.

» *Trou des Celtes*. — Comme on l'a vu, cette fissure, ouverte à 21 mètres au-dessus du niveau de la Moselle, en un point où le plateau a 30 mètres d'élévation, ne renferme pas seulement de ces produits qui, par leur confection, décèlent déjà une certaine phase de progrès; elle contient encore des poteries plus communes même que les plus ordinaires du *Traité des arts céramiques* de M. Alex. Brongniart et annonçant un peuple tout à fait à l'état d'enfance. Le plateau de la Treiche aurait donc été habité dès la plus haute antiquité, et c'est ce que démontrent en outre les nombreux silex dont j'ai à parler. Ceux-ci sont de forme si grossière, que le soc de la charrue les retourne depuis des siècles et que nombre de savants les ont foulés aux pieds sans qu'on se soit douté, jusqu'à ce jour, que beaucoup d'entre eux portent manifestement la trace de la main de l'homme. Les photographies ci-jointes représentent une quinzaine d'échantillons (réduits de moitié) sous les numéros suivants :

» 38. Petite hache, plate d'un côté, à cinq facettes de l'autre, brisée à sa pointe. 39. Petite pointe ou dard. 40. Tête d'une de ces pointes. 46 et 46 *bis*. Même instrument ayant sa pointe et sa tête l'une au-dessous de l'autre. 43, 44. Débris de silex me semblant indiquer une intention de dessin ou de sculpture. 35, 31, 36, 37, 41, 42, 47, 48, 49, 50. Haches et couteaux dont quelques-uns à l'état de débris. 51. Caillou me paraissant avoir servi à les préparer.

» Tous ces vieux ustensiles, moins le dernier, sont en silex de la contrée; ils se fabriquaient dans la partie comprise entre le chemin de Sexey, celui de Maizière et le bois, à en juger par les débris qui s'y trouvent en plus grand nombre, et, de même que dans la vallée de la Somme (*Ancienneté de l'homme*, par Lyell, p. 117), leur bord tranchant est toujours le résultat de simples fractures des silex produites par des coups répétés et adroitement appliqués, tandis que celui des haches celtiques proprement dites a été obtenu par frottement. Ils ne sont point non plus une bizarrerie, un accident ou un effet de la nature, comme le démontre l'étude de notre *calcaire siliceux* de la grande oolithe, et l'inspection des éboulis de la rive droite de la Moselle, au bac de Pierre. La seule forme d'arme tranchante que ce silex

affecte, quand il s'écaille, est celle du coin à fendre le bois. La couche qui le renferme n'appartient point au plateau de *la Treiche*, mais elle n'en est pas loin ; elle existe dans la forêt, sur le chemin de Maizière, à 240 mètres de la borne n° 16, plantée à la lisière du bois ; on la suit sur une longueur de 90 mètres, puis elle fait place à un calcaire blanc oolithique en plaquettes. De là elle se redresse vers l'est et s'incline, au contraire, dans la direction du moulin de *la Rochotte*, près duquel on la retrouve, avec les mêmes plaquettes oolithiques, dans une superbe coupe où sa partie supérieure n'est plus qu'à 10 mètres au-dessus du niveau de la belle source de la Chapelle.

» *Trous de Sainte-Reine.* — Pour aider à l'explication d'une de mes récentes découvertes, indiquée plus loin, je demande à l'Académie la permission de dire un mot relatif à la partie historique ou légendaire de ces cavernes. Elles se trouvent dans la vallée de la Moselle, à 12 ou 13 mètres au-dessus du niveau de la rivière (celle-ci marquant — 1° à l'échelle du pont de Toul), sur le flanc du petit coteau dit *Bois-sous-Roche* (carte du Dépôt de la Guerre), à Pierre-la-Treiche, localité déjà très-intéressante par ses coupes si précieuses pour l'étude de la grande oolithe et de l'oolithe inférieure proprement dite, puis par ses cavernes à ossements et dont l'importance va s'accroître encore par cette circonstance qu'elle a été le berceau de l'homme dans notre pays.

» Les trous de Sainte-Reine se subdivisent ainsi : 1° le Trou de la Fontaine; 2° le Labyrinthe, ayant deux entrées B et C; 3° le Portique, qui touche, pour ainsi dire, à l'ouverture C du Labyrinthe.

» Suivant la tradition, une sainte Reine (probablement la femme d'un chef celte ou romain ou franc, car les trois peuples ont habité ce pays) étant morte, peu avant un combat, y aurait été cachée, pour la soustraire à l'ennemi. Ce récit n'étant pas invraisemblable, je le consigne ici et j'ajoute : de 1722 à 1741 on a défriché la partie de la forêt qui masquait le Portique, puis on a établi un ermitage ; mais celui-ci avait déjà disparu en 1792 et, à cette époque, un fabricant de patins occupait la grotte qui, à sa partie supérieure externe, laisse même voir encore le trou de la cheminée. Cela dit, pour l'intelligence des lignes suivantes, j'arrive aux deux faits nouveaux que j'avais à présenter.

» *Labyrinthe.* — Une circonstance digne de remarque dans les observations relatives aux cavernes, c'est de trouver souvent, à leur ouverture, les ossements ou les objets ayant appartenu à l'homme. Le premier numéro des *Comptes rendus* du mois dernier, p. 56, en contient même un exemple.

Les fouilles à l'orifice des grottes ont donc de l'importance, et cependant je m'étais abstenu d'opérer ainsi, lors de mes premières recherches, sachant qu'un ermitage avait existé en ces lieux. J'y ai creusé depuis et j'ai trouvé, pour ainsi dire en mélange, un fragment de tibia de l'Ours des cavernes, un masque humain, un vase forme trombe, deux verres, etc.; mais le tout était dans un terrain remanié (le même que celui dans lequel j'ai signalé des produits stercoraux d'insectivores. Voir *Comptes rendus*, t. LVII, p. 329, séance du 10 août 1863). Le masque humain, dont la partie frontale était réellement belle de forme, après avoir fait naître en moi diverses suppositions, m'a semblé, en dernier lieu, ne pas être étranger à la légende précédente et avoir dû orner soit l'ermitage, soit la cellule de l'ermite qui, avant son départ, l'aura soigneusement caché pour le soustraire à une profanation. En tout cas, cette tête, qui est encore entre les mains de M. le Doyen de la Faculté des Sciences de Nancy, à qui je l'ai soumise, ne peut pas, la supposant très-ancienne, remonter au delà de l'époque gallo-romaine. Le vase, qui est en verre bleu émaillé, d'une remarquable pureté de forme et d'exécution, m'a paru appartenir à cette même époque, et j'ai été confirmé dans cette opinion par M. Dufresne, conseiller de préfecture à Metz et archéologue distingué : il a 115 millimètres de hauteur et figure sous le n° 45 dans les photographies ci-jointes. Quant aux deux verres, ils ne sont pas antérieurs à la fondation de l'ermitage.

» *Trou de la Fontaine.* — Cette découverte d'une tête humaine dans le Labyrinthe m'a engagé à revoir la caverne principale et même à prolonger mes recherches au delà des points indiqués dans mon précédent travail..... A la distance de 270 mètres de l'entrée de la caverne, le thermomètre marquait + 17 degrés centigrades, par la froide journée du 11 janvier dernier. Cette température ne serait-elle pas une autre cause à ajouter à celles que, dans ma Note du 22 novembre 1863 (*voir* le *Compte rendu* du 4 janvier 1864, p. 53), j'indiquais comme pouvant bien ne pas être étrangères à l'usure des os des cavernes? Tels sont les points saillants de cette nouvelle exploration qui, sous les autres rapports, n'a rien ajouté aux faits déjà connus et que sont venues corroborer les recherches de MM. Gaiffe et Benoît fils, de Nancy. Ces messieurs, qui, depuis ma Note du 10 août, ont fouillé avec beaucoup de soin les trous de Sainte-Reine, et visité, même avant moi, le commencement du couloir ci-dessus, ont mis avec une grande obligeance à ma disposition la liste de leurs découvertes; la voici résumée :

» Ours des cavernes : plusieurs mâchoires, un certain nombre de dents,

des vertèbres, des humérus, des portions de bassin, de fémurs et d'autres portions du corps; neuf dents d'Hyène; dents et ossements des animaux suivants : Chat, Chien, Renard, Loup, Cheval, Sanglier, Bœuf, Lièvre, etc.; deux cornes de Chevreuil provenant de dessous les stalagmites.

» *Conclusions générales.* — Les environs de Toul sont de nature à avoir une grande importance dans la question relative à l'ancienneté de l'homme sur la terre. En effet :

» La *vallée de l'Ingressin* renferme : 1° une couche non remaniée de l'antique diluvium scandinave et une alluvion locale de même date; 2° un dépôt très-considérable de diluvium alpin, riche en fossiles, et qui, depuis vingt ans, sur une étendue de 8 kilomètres, a été remué par des centaines d'ouvriers.....

» La *vallée de la Moselle*, près de Pierre, renferme : 1° le même diluvium alpin recouvrant le plateau de *la Treiche*, ainsi que les trous de Sainte-Reine, et se reliant avec celui de l'Ingressin par les coteaux de Chaudeney, Dommartin, Gare-le-Cou et Saint-Èvre; 2° et tous les autres principaux éléments nécessaires à l'étude de ladite question : cavernes remarquables, brèches osseuses humaines, poteries et ornements humains des plus primitifs, os travaillés de la même époque, instruments en silex excessivement grossiers et analogues à ceux de la vallée de la Somme, etc.

» Or un examen approfondi, soit des terrains ci-dessus, soit de ceux de formation subséquente, démontre de la manière la plus incontestable :

» 1° Que tous ces restes de l'industrie primitive, et l'homme dont ils émanent, sont de date postdiluvienne (diluvium alpin);

» 2° Et qu'il y a, dans la disposition ou l'état des alluvions clysmiennes et des couches plus récentes, des causes d'erreur très-nombreuses et souvent très-difficiles à reconnaître. »

MÉDECINE. — *Recherches médico-physiologiques sur l'oxygène; par* MM. **Demarquay** *et* **Leconte.** (Deuxième partie.)

(Commissaires précédemment nommés : MM. Andral, Bernard.)

« Dans notre premier Mémoire, nous avons étudié l'influence que l'oxygène exerce sur les animaux qui le respirent pendant un certain temps, et nous avons constaté que l'air vital n'amenait qu'une grande turgescence du système vasculaire sanguin, qu'il ne déterminait aucune inflammation viscérale, enfin que sa présence dans le sang se manifestait sur les plaies par des signes non douteux. Ces faits une fois acquis, nous avons étudié l'action de l'oxy-

gène sur l'homme sain ou affecté de plaie. Localement appliqué sur une plaie récente ou ancienne à l'aide de manchons en caoutchouc fabriqués par M. Galante, l'air vital ne détermine aucune douleur vive; le malade accuse un peu de picotement et de chaleur; injecté dans les cavités muqueuses ou séreuses, il cause les mêmes sensations. J'ai pu l'injecter sans inconvénient dans la vessie, dans la tunique vaginale. Un de nos malades affecté d'hydrocèle a guéri à la suite de cette injection. Lorsque l'oxygène reste au contact des plaies de bonne nature, on observe au bout de quelques heures que la suppuration est modifiée : elle est peu abondante, plus ténue; les bourgeons charnus eux-mêmes semblent devenus plus petits, ils ont un aspect grisâtre; mais au bout de quelque temps, lorsque l'oxygène est enlevé, ils redeviennent rouges turgescents, et si les applications sont répétées plusieurs jours de suite et quelques heures chaque fois, ils finissent par amener une inflammation plus ou moins vive de la plaie. L'oxygène, ainsi que l'ont avancé plusieurs chirurgiens distingués, irrite et enflamme les plaies, il peut donc en changer les conditions ainsi que nous l'avons constaté plusieurs fois; sous ce rapport, il peut être utile. Mais un fait remarquable, c'est l'action que l'oxygène exerce sur la rougeur congestive ou inflammatoire qui environne les plaies: il modifie rapidement ces rougeurs. Nous avons pu, en nous appuyant sur cette propriété, combattre avantageusement la rougeur qui accompagne les ulcères des membres et l'injection de la peau qui persiste à la suite de l'eczéma. Nous dirons ailleurs les phénomènes chimiques qui s'accomplissent dans ces circonstances. Le côté le plus intéressant de ces recherches, c'est l'action que l'oxygène exerce sur l'organisme quand il a été respiré. Nous avons pu respirer l'oxygène, le faire respirer à nos élèves et à des amis à la dose de 20 à 30 litres, sans aucun inconvénient. Depuis plus de six mois nous avons soumis un grand nombre de nos malades à l'action de l'air vital, sans déterminer le plus petit accident. Des malades ont inhalé chaque jour 20 à 40 litres d'oxygène pendant un mois ou six semaines, sans éprouver autre chose qu'une grande modification dans leur santé. Les personnes qui respirent l'air vital accusent peu de sensation : un peu de chaleur dans l'arrière-gorge ou la poitrine, quelquefois un peu d'ivresse ou un peu de céphalalgie. Le pouls, au début des inhalations de l'oxygène, s'élève généralement et devient plus serré; chez d'autres malades, au contraire, le nombre des pulsations diminue. Voilà pour les phénomènes primitifs. Les phénomènes secondaires sont plus accusés : beaucoup de personnes éprouvent, après avoir respiré l'air vital, une sensation de bien-être général, une respi-

ration plus facile, et un besoin de réparation. En effet, un des phénomènes curieux de cet agent, c'est de relever les forces et de développer l'appétit. Quelquefois le besoin de réparation est tel, que les malades demandent une augmentation d'aliments et sont obligés de multiplier leurs repas. Ce fait a été constaté par tous ceux qui ont été témoins de nos expériences. Cependant il y a des exceptions; des malades épuisés par de longues maladies n'ont pu être modifiés par nous. Les malades affectés de plaies récentes ou anciennes, au bout de quelques jours d'inhalation d'oxygènes voient celles-ci s'injecter, rougir, et donner une suppuration plus abondante. Cette particularité explique les faits observés par Chaptal et Fourcroy. Leurs phthisiques, arrivés à la troisième période de cette maladie, avaient d'abord éprouvé un grand bien-être des inhalations de l'air vital. Mais bientôt les phénomènes inflammatoires redevenaient plus intenses, ainsi que l'expectoration plus abondante et la toux plus fréquente; finalement la mort arrivait. Que serait-il arrivé si, au lieu de faire respirer l'oxygène à des malades arrivés au troisième degré de la maladie, on avait pris des malades au début de la phthisie? Quoi qu'il en soit, nos expériences, comme celles de nos prédécesseurs, prouvent l'influence reconstituante de l'oxygène. En lisant les travaux qui ont été publiés en France sur l'air comprimé appliqué à la médecine, et surtout l'ouvrage très-remarquable de M. Pravaz, nous avions été frappés des effets obtenus par le célèbre médecin lyonnais. Nous vîmes bientôt que, les phénomènes physiques mis de côté, les phénomènes chimiques ou organo-plastiques obtenus avec l'air comprimé ou l'oxygène étaient absolument les mêmes. M. le Dr Folley, qui vient de publier un travail intéressant sur l'air comprimé, après avoir suivi nos expériences, est arrivé à la même conclusion que nous. Ce fait est important, car il est facile de se procurer et de l'oxygène et l'appareil fort simple avec lequel on le respire, tandis que l'air comprimé exige, pour son emploi, non-seulement des appareils spéciaux, mais encore un déplacement de malades qui n'est point toujours facile. Toutefois, dans des conditions que nous déterminerons ailleurs, l'air vital ne pourra jamais remplacer l'air comprimé. En résumé : 1° l'oxygène, appliqué sur des plaies récentes ou anciennes, provoque peu de douleurs, mais il amène ultérieurement une réaction plus ou moins vive ; 2° il peut être injecté dans des cavités muqueuses ou séreuses sans amener d'accidents ; 3° il peut être respiré longtemps à la dose de 20 à 40 litres par jour et en une fois sans amener d'accidents; 4° sa propriété essentielle est de remonter les forces, d'exciter les puissances d'assimilation et de développer l'appétit. »

PHYSIOLOGIE. — *Expériences sur les générations spontanées;* *par* **M. G. d'Auvray.**

La Note dans laquelle l'auteur présente, pour prendre date, un résumé de ses expériences est accompagnée de la Lettre suivante, adressée de Londres à M. Flourens, en date du 20 janvier 1864 :

« Monsieur le Secrétaire perpétuel, c'est un des anciens élèves de vos cours au Muséum et au Collége de France qui a l'honneur de vous écrire. Entraîné par votre exemple, autant que par ce que j'ose appeler ma vocation, vers les études physiologiques, je n'ai pas cessé de m'en occuper en expérimentateur depuis cinq années que des devoirs de famille m'ont amené et me retiennent en ce pays. La suite de mes recherches m'a conduit, sans prévision de ma part, sur la question des générations spontanées, aujourd'hui complétement résolue (je me plais à le dire après vous) par les expériences de M. Pasteur. Mais quand, dans un problème de cet ordre, les maîtres ont fait leur œuvre qui est de dégager et de fixer les principes, une multitude de points de détail sont encore à élucider, et ceci est l'affaire des disciples. C'est parmi ces derniers qu'il convient que je me place, et toute mon ambition sera satisfaite si, après examen, vous daignez m'accorder un rang parmi ces utiles auxiliaires.

» La rédaction définitive du compte rendu de mes travaux m'occupe en ce moment; mais comme mon Mémoire a une grande étendue, et comme les planches très-nombreuses qui l'accompagnent ne peuvent, malgré toute la diligence possible, être prêtes avant quelques semaines, j'ose solliciter de votre esprit de justice et de votre haute bienveillance la permission de donner une date authentique à mes principaux résultats, en les résumant dans la Note ci-jointe, que je me suis efforcé de rendre aussi brève que possible.

» Ces résultats sont dus particulièrement à l'emploi des deux moyens d'investigation que voici :

» 1° A l'aide de substances poreuses artificielles, entrant dans la composition de l'appareil auquel je donne le nom de *bio-dialyseur*, et en mettant l'endosmose en jeu, j'arrive à opérer le triage par ordre de grosseur de tous les corpuscules microscopiques en suspension dans un liquide;

» 2° Par des perfectionnements apportés au microscope, spécialement au mode d'éclairage de cet instrument, et qui ont pour effet d'accroître très-notablement son pouvoir amplifiant, je rends visibles les corpuscules

isolés par voie de dialyse, y compris les *germes* des monadaires et des protophytes, et c'est à dessein que j'emploie le mot *germes*.

» Ces procédés et appareils sont décrits et figurés dans mon Mémoire, mais si la Commission qui va juger en dernier ressort le procès de l'hétérogénie et à laquelle je vous prie, Monsieur le Secrétaire perpétuel, de vouloir bien donner connaissance de cette Lettre et de la Note ci-incluse, si la haute Commission veut bien m'accorder la faveur d'être entendu d'elle, lorsque, au mois de mai prochain, je rentrerai en France et à Paris pour m'y fixer de nouveau, je me ferai un devoir et un bonheur de répéter, devant les représentants de l'Académie, les expériences dont je me permets de vous entretenir. »

Cette Lettre et le résumé qui l'accompagne sont renvoyés, conformément à la demande de l'auteur, à la Commission nommée dans la séance du 4 janvier pour la question des générations dites spontanées, Commission qui se compose de MM. Flourens, Dumas, Brongniart, Milne Edwards et Balard.

M. **Morin** présente, au nom de M. *P. Gelibert*, la description et plusieurs modèles d'un petit appareil désigné par l'inventeur sous le nom de *perspectomètre*, appareil destiné à faciliter la pratique du dessin en donnant un moyen commode et prompt de déterminer les rapports de grandeur des diverses parties du modèle et de la copie. Ce but est également atteint avec facilité, au moyen du perspectromètre, soit qu'il s'agisse de copier un autre dessin, soit qu'il faille représenter un objet en relief.

(Commissaires, MM. Mathieu, Laugier, Morin.)

M. L. **Klugel** adresse de Bucharest, où il est attaché à l'hôpital militaire en qualité de médecin oculiste, une Note concernant les « effets des verres de lunette à courbure sphérique placés obliquement devant des yeux astygmatiques ».

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. Flourens, Bernard et Fizeau.)

M. **Sargent** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire sur l'emploi de *voitures* offrant certaines dispositions particulières qui permettent d'en faire usage pour certains malades ou convalescents, chez lesquels le mode de gestation paraît devoir favoriser l'action du traitement médical,

hâter le retour vers la santé ou rendre plus supportables des infirmités dont le terme est éloigné quand il n'est pas complétement inespéré.

(Commissaires, MM. Velpeau, Morin, Cloquet.)

M. Verrier (F.) présente une Note sur la scoliose qui fait suite à celle dont il a été fait mention au *Compte rendu* de la séance du 23 novembre 1863. Dans cette seconde partie il traite du mécanisme des déviations de la colonne vertébrale qui ne proviennent pas de rachitisme, et annonce une troisième partie dans laquelle il fera connaître son mode de traitement.

(Renvoi à l'examen de M. Cloquet, précédemment désigné.)

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de la Marine adresse, pour la Bibliothèque de l'Institut, un exemplaire du numéro de février de la *Revue Maritime et Coloniale*.

M. le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics adresse un exemplaire du vol. XLVI des Brevets d'invention pris sous l'empire de la loi de 1844, et le n° 9 du Catalogue des brevets pris en 1863.

La Société Impériale des Naturalistes de Moscou envoie les n°s 1 et 2 de son *Bulletin* pour l'année 1863.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, l'*Annuaire de l'Observatoire de Madrid* (5e année de cette publication);

Les trois premières années de l'*Annuaire scientifique*, publié par *M. P.-P. Dehérain* avec la collaboration de plusieurs savants;

Et deux opuscules adressés de Zurich par *M. Clausius* : « Sur un axiome de la théorie mécanique de la chaleur »; — « Sur les différences entre l'oxygène actif et l'oxygène ordinaire ».

M. le Président présente un Recueil des « procès-verbaux des expériences exécutées au Conservatoire des Arts et Métiers en 1861; par *M. H. Tresca*, sous-directeur.

« Ce volume, qui se compose de procès-verbaux extraits des *Annales du*

Conservatoire, contient les résultats d'un grand nombre d'expériences sur des sujets très-variés dont la simple nomenclature indiquera l'importance au double point de vue de la science et de ses applications. On y trouve en effet des expériences sur :

» La résistance des tôles d'acier;

» La résistance des barreaux en fonte alliée de tungstène;

» La résistance de la fonte malléable;

» La détermination du coefficient d'élasticité de l'aluminium (6 757 000 000 kilogrammes);

» La résistance des tuyaux en papier bitumé;

» La résistance à la traction des omnibus roulant sur les chemins de fer dits *américains;*

» Les moteurs à gaz de M. Lenoir, accompagnés d'une Note sur l'invention et l'avenir des machines à gaz combustibles;

» Les machines à air d'Ericson;

» Les pompes à force centrifuge de M. Gwinne et de M. Girard;

» Une pompe à membrane, de M. Brüll;

» Une pompe de M. Farcot, destinée à la ville de Lisbonne;

» Un compteur à eau, de M. Hirt;

» Une machine électro-magnétique, pour séparer la limaille de fer du cuivre;

» Une machine à raboter les bois de charpente sur les quatre faces simultanément, par M. Dietz, ingénieur, directeur de l'atelier des chemins de l'Est, à Montigny.

« **M. Dumas**, pour répondre à l'intérêt que l'Académie prend à la publication des *OEuvres* de Lavoisier, lui fait connaître que l'impression du premier volume est terminée. Il comprend la *Chimie* et les *Opuscules physiques et chimiques.* La mise en distribution en sera peut-être retardée par les soins qu'exige le tirage du portrait qui l'accompagne; mais l'impression du troisième volume s'effectue et elle est même assez avancée pour qu'on puisse espérer qu'avant deux ans les vœux de l'Académie et des amis de la science auront reçu une complète satisfaction.

» Il rappelle, à cette occasion, que le second volume a été mis à la disposition des Membres de l'Académie par M. le Ministre de l'Instruction publique et qu'ils peuvent le retirer au Ministère. »

ASTRONOMIE. — *Ouvrages astronomiques du roi Alphonse X de Castille, édités par* **D. M. Rico y Sinobas**, Membre de l'Académie des Sciences de Madrid, t. II. (Présenté par M. Le Verrier.)

« Il y a bien peu de temps, dit l'auteur, j'eus l'honneur d'offrir à l'Académie le premier volume des ouvrages astronomiques du roi Alphonse X de Castille. Aujourd'hui, en lui présentant le second volume de cette publication, j'espère que l'Académie sera heureuse d'apprendre que la science, en deux ou trois années d'efforts, sera enrichie de tout l'ouvrage Alphonsin, dit *les Livres du savoir de l'Astronomie*, avec ses plus petits détails, et avec tout le luxe d'ornementation qui existe dans le texte original. Dans ce volume les astronomes ne s'occupent pas du catalogue des étoiles, ni de la description plus ou moins poétique des constellations, qui ont fait l'objet du livre premier; mais dans cette seconde partie nous constatons, en leur honneur, que lesdits astronomes changent de route pour suivre la seule et unique direction qui pouvait les conduire au degré de connaissances acquises de nos jours.

» D'après ces livres, les astronomes de Tolède, au XIII[e] siècle, n'avaient pas les moyens pour connaître les principes de notre astronomie physique moderne. A cette époque d'ailleurs on ne possédait pas encore les observations nombreuses qui ont présidé aux travaux d'abstraction, de synthèse, d'induction et d'analyse, à l'aide desquels la science s'est élevée aux grandes théories astronomiques de la mécanique céleste. Aussi ces théories ne se trouvent-elles pas dans les livres Alphonsins. Nous y trouvons en retour des ouvrages sur l'astronomie pratique, ordonnés et écrits avec une certaine exactitude philosophique, et qui peuvent être, à bon droit, considérés comme le résumé de toute l'ancienne tradition scientifique jusqu'au XIII[e] siècle.

» Pour prouver l'importance historique et scientifique de la seconde partie de l'ouvrage du roi Alphonse, M. Rico y Sinobas soumet quelques considérations prises dans l'introduction à cette seconde partie, et qui contient un traité sur un grand appareil armillaire et deux autres systèmes sur les astrolabes ronds ou sphériques et sur ceux à surface plane. Dans cette introduction, l'auteur fait mention de certaines opinions, soutenues par Delambre, sur l'importance et l'influence considérable des instruments d'observation, sur les progrès successifs de l'astronomie dans les différents âges, à mesure que ces instruments se sont perfectionnés. M. Rico y Sinobas

cite également d'autres opinions de Bailly sur le même objet, et en reculant de siècle en siècle jusqu'au XIIIe, il a trouvé et réuni des textes et des notes importantes sur les mêmes opinions, écrites par différents savants bien connus en Europe et d'autres encore dont on a gardé les ouvrages dans les archives scientifiques d'Espagne. Le but de ce travail est de prouver que dans ces livres, traitant des instruments de l'astronomie pratique, le roi Alphonse ne s'était pas contenté d'exprimer des pensées plus ou moins philosophiques, mais qu'il s'était efforcé, au contraire, de réaliser une idée que d'autres après lui ont aussi poursuivie, en léguant à ses successeurs son grand ouvrage astronomique.

» Les livres des instruments Alphonsins sont divisés en deux parties. Dans la première partie, les astronomes du XIIIe siècle à Tolède se sont occupés des détails les plus minutieux sur la construction des grands appareils armillaires, des astrolabes, des *quarts* de cercle, et, ainsi que nous l'avons dit, toutes les règles de l'astronomie pratique connues et conservées par la tradition, et successivement perfectionnées jusqu'à l'époque dudit roi.

» La première partie de chacun des livres Alphonsins est technologique, et nous y trouvons les règles des anciens artistes pour mouler et fondre les armilles de deux ou trois mètres de diamètre et les sphères et plateaux métalliques des astrolabes, et, de plus, des indications et préceptes bien précieux pour l'histoire des arts sur les différentes méthodes avec lesquelles les artistes constructeurs faisaient des travaux au tour, pour polir, graver, diviser et souder les parties qui composaient les instruments astronomiques, et pour entailler et réunir toutes les pièces formant ces instruments, quand on les construisit en bois.

» Aux connaissances technologiques que le roi Alphonse ordonna de consigner dans des livres pour l'enseignement de ceux qui auraient le désir de s'occuper de la construction des instruments et des appareils de l'astronomie, s'ajoutent des règles non moins importantes sur le dessin géométrique de toutes les lignes et figures formant les pièces desdits instruments, de la plus simple comme de la plus composée, pour arriver au plan général des appareils complets.

» Enfin ces livres technologiques des différents Traités Alphonsins finissent par des indications instructives sur les moyens de connaître la précision et l'exactitude de ces mêmes instruments, et d'atténuer en quelque sorte les erreurs instrumentales dans les travaux des observations astronomiques.

» Le second livre de chaque Traité des instruments du roi Alphonse, comme il est facile de le voir dans ce volume, est tout simplement l'exposé

des règles pour observer les étoiles et rectifier leurs places en les suivant dans leurs mouvements à travers les pinnules et les alidades des appareils armillaires et des astrolabes sphériques et plans. Il est très-probable que les astronomes du XIIIe siècle à Tolède, pour écrire sur la pratique de la science, ont emprunté beaucoup de connaissances à l'astronomie arabe; mais on ne peut en dire de même des premiers livres technologiques, puisque le roi Alphonse répétait si souvent à ses astronomes qu'il avait inutilement cherché des livres sur les constructions artistiques des instruments, et dont les annales de l'astronomie arabe faisaient mention; que les auteurs de ces livres, malgré leurs promesses, ne les avaient peut-être pas écrits; enfin, que celui qui existait et qui était connu de son temps était incomplet ou écrit d'une manière obscure, et qu'il avait besoin d'en refaire le texte pour parvenir à le comprendre.

» Enfin, dans les Traités des instruments Alphonsins, on trouve la partie la plus importante de l'Astronomie pratique écrite en ancien espagnol, sur les méthodes pour observer les étoiles, les planètes, et pour résoudre les différents problèmes ayant rapport à l'inclinaison de l'écliptique, aux crépuscules et à la mesure du temps. Ils se terminent par l'application de l'astronomie à la géographie, à la cosmographie, à la géodésie et à la navigation, sans doute pour prouver que les connaissances astronomiques de cette époque, comme celles de nos jours, pouvaient avoir pour les hommes une utilité positive, en raison du secours mutuel que se prêtent toutes les sciences. »

MÉCANIQUE. — *Mémoire sur le réglage des chronomètres et des montres dans les positions verticales et inclinées; par* **M. Phillips**; présenté par M. Serret.

« Le réglage des chronomètres et des montres dans les positions verticales et inclinées, complément nécessaire du réglage dans l'horizontale, est une opération délicate, essentielle pour tous les appareils qui servent à mesurer le temps; importante pour les chronomètres destinés à la marine, elle est surtout de première nécessité pour les chronomètres portatifs qui doivent marcher également bien dans toutes les positions. Or, dès que le balancier a son centre de gravité, si peu que ce soit en dehors de l'axe pour ainsi dire mathématique autour duquel il oscille, son poids intervient, et la durée de ses vibrations n'est plus celle due uniquement à l'action du spiral. Il n'est pas rare de voir des chronomètres, avant que cette in-

fluence ait été corrigée, présenter alors, suivant l'orientation des heures du cadran dans le plan de celui-ci, des écarts de marche allant à quelques centaines de secondes par vingt-quatre heures.

» Les constructeurs, qui procèdent à cet égard par tâtonnements, sont arrivés, dans la pratique, à une règle qui consiste à ôter du poids du balancier du côté qui, placé vers le bas, donne de l'avance, ou, ce qui revient au même, à ajouter du poids du côté opposé. Cette règle s'applique seulement pour des arcs de balancier d'une amplitude modérée. Lorsque ces arcs deviennent très-grands, ainsi que cela a lieu dans certains chronomètres anglais, par exemple, la règle doit être appliquée, mais en sens inverse. Tels sont les résultats auxquels on a été conduit par l'expérience et par l'observation. Il était intéressant de soumettre au calcul l'étude de ces phénomènes, qui ont pour la pratique une très-grande importance, et de tâcher d'en déduire les lois. C'est ce que j'ai fait dans le travail suivant, qui offre une application intéressante du principe de la variation des constantes arbitraires. Je dirai de suite que la théorie, d'accord avec l'observation, fournit précisément la règle pratique à laquelle ont été conduits les constructeurs et fait connaître de nouveaux faits importants pour les applications.

» Cette recherche offrait tout d'abord la difficulté suivante : en lui appliquant les méthodes ordinaires de la dynamique, et particulièrement celles que l'on emploie pour obtenir par des approximations successives le temps des oscillations du pendule, on se trouve immédiatement arrêté par l'impossibilité de partir d'une série toujours convergente. De là l'idée de recourir au principe de la variation des constantes arbitraires, si fécond dans ses applications, principalement à la mécanique céleste, et d'un usage commode dès qu'il s'agit d'évaluer de petites perturbations.

» Je suppose naturellement que l'isochronisme du spiral ait été préalablement obtenu et que, dans la position horizontale, la marche soit uniforme pour toutes les amplitudes des vibrations du balancier. Soit O le centre de rotation dans la position verticale; supposons que, dans l'état naturel du spiral et du balancier, G soit le centre de gravité de ce dernier, et appelons β l'angle GOV formé alors par OG avec la verticale OV dirigée de haut en bas en partant du point O, et soit λ l'excentricité OG.

» Appelons p le poids du balancier et A son moment d'inertie. De ce que l'isochronisme du spiral est supposé déjà obtenu, on peut considérer le moment de son action sur le balancier comme étant toujours proportionnel à l'angle d'écartement de celui-ci et représenté par $k\alpha$, k étant une constante

et α cet angle d'écartement. On a donc à chaque instant

$$(1)\qquad A\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -k\alpha - p\lambda\sin(\alpha+\beta).$$

» On tire de là, en appelant α_0 la valeur de α répondant à une des limites de l'excursion,

$$(2)\qquad A\frac{d\alpha^2}{dt^2} = k(\alpha_0^2-\alpha^2) + 2p\lambda[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha_0+\beta)].$$

» La valeur de α répondant à l'autre limite de l'excursion n'est pas rigoureusement égale à $-\alpha_0$; elle en diffère très-peu, mais il y a une différence. Appelons α_1 cette valeur de α; on tire de l'équation (2)

$$\alpha_0^2 - \alpha_1^2 + \frac{2p\lambda}{k}[\cos\beta(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0) + \sin\beta(\sin\alpha_0 - \sin\alpha_1)] = 0.$$

» En faisant

$$\alpha_1 = -\alpha_0 + \delta,$$

et se fondant sur ce que δ est une très-petite quantité, on obtient

$$(3)\qquad \alpha_1 = -\alpha_0 - \frac{2p\lambda}{k}\sin\beta\frac{\sin\alpha_0}{\alpha_0}.$$

» Supposons que le sens des α positifs ait été pris dans un sens tel, que β soit compris entre 0 et π, et supposons de plus que α_0 réponde à la limite de α quand cet angle est >0. La formule (3) conduit alors aux conséquences suivantes :

» 1° Si $\alpha_0 < \pi$, on aura α_1 plus grand que α_0 en valeur absolue, c'est-à-dire que le balancier s'éloignera plus de la position qui répond à la non-déformation du spiral du côté opposé de l'angle β.

» 2° Si $\alpha_0 = \pi$, ou si le balancier fait des arcs d'un tour, il s'écartera également, de part et d'autre, de la position initiale.

» 3° Si $\alpha_0 > \pi$, on aura α_1 plus petit que α_0 en valeur absolue, et le balancier ira moins loin du côté opposé à l'angle β que de ce côté.

» Occupons-nous maintenant d'obtenir la solution de la question, qui est la durée des vibrations du balancier. Mais on peut voir d'abord la difficulté qui s'oppose à l'emploi d'un développement en série. En effet, on tire de l'équation (2)

$$(4)\qquad dt = \sqrt{\frac{A}{k}}\frac{d\alpha}{\sqrt{\alpha_0^2-\alpha^2}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{2p\lambda}{k}\left[\frac{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha_0+\beta)}{\alpha_0^2-\alpha^2}\right]}}.$$

» Or, si l'on voulait, en suivant la méthode usitée dans la théorie du pendule pour les approximations successives, développer

$$\left\{1+\frac{2p\lambda}{k}\left[\frac{\cos(\alpha+6)-\cos(\alpha_0+6)}{\alpha_0^2-\alpha^2}\right]\right\}^{-\frac{1}{2}},$$

en se fondant sur la petitesse extrême du facteur $\frac{2p\lambda}{k}$, on se trouverait arrêté de suite par la considération que l'autre facteur $\frac{\cos(\alpha+6)-\cos(\alpha_0+6)}{\alpha_0^2-\alpha^2}$ devient infiniment grand quand α s'approche infiniment de $-\alpha_0$, excepté dans le cas particulier de $6=0$ ou de $6=\pi$.

» Voici maintenant l'exposé de la méthode suivie :

» Si la perturbation dont il s'agit n'existait pas, le spiral étant isochrone, l'équation à résoudre serait

$$(5) \qquad \frac{d^2\alpha}{dt^2}=-\frac{k}{A}\alpha,$$

dont l'intégrale est

$$(6) \qquad t=\sqrt{\frac{A}{k}} \text{ avec } \sin\frac{\alpha}{\alpha_0}+\theta,$$

» α_0 étant la demi-amplitude des oscillations, et θ le temps pour $\alpha=0$.

» On a aussi

$$(7) \qquad \alpha=\alpha_0\sin\sqrt{\frac{k}{A}}(t-\theta)$$

et

$$(8) \qquad \frac{d\alpha}{dt}=\alpha_0\sqrt{\frac{k}{A}}\cos\sqrt{\frac{k}{A}}(t-\theta).$$

» Je vais maintenant considérer dans ces formules α_0 et θ comme deux fonctions variables, de telle sorte que les expressions (6) ou (7) satisfassent, non plus à l'équation (5), mais à l'équation (1) ou à

$$(9) \qquad \frac{d^2\alpha}{dt^2}=-\frac{k}{A}\alpha-\frac{p\lambda}{A}\sin(\alpha+6).$$

» Comme il y a deux fonctions indéterminées, α_0 et θ, et une seule condition (9), j'imposerai comme seconde condition que l'équation (8) soit aussi satisfaite, c'est-à-dire que $\frac{d\alpha}{dt}$ ait la même forme que si α_0 et θ étaient des constantes.

» En convenant de désigner par le signe $\left(\frac{d}{d}\right)$ toute dérivée partielle, la seconde condition revient à

$$(10) \qquad \frac{d\alpha}{dt} = \left(\frac{d\alpha}{dt}\right),$$

ou à

$$(11) \qquad \left(\frac{d\alpha}{d\alpha_0}\right)\frac{d\alpha_0}{dt} + \left(\frac{d\alpha}{d\theta}\right)\frac{d\theta}{dt} = 0,$$

et la première condition à

$$\left(\frac{d^2\alpha}{dt^2}\right) + \left(\frac{d^2\alpha}{dt\,d\alpha_0}\right)\frac{d\alpha_0}{dt} + \left(\frac{d^2\alpha}{dt\,d\theta}\right)\frac{d\theta}{dt} = -\frac{k}{A}\alpha - \frac{p\lambda}{A}\sin(\alpha + 6).$$

» Mais, à cause de l'équation (5), on a identiquement

$$\left(\frac{d^2\alpha}{dt^2}\right) = -\frac{k}{A}\alpha.$$

Donc, la première condition peut s'écrire comme il suit :

$$(12) \qquad \left(\frac{d^2\alpha}{dt\,d\alpha_0}\right)\frac{d\alpha_0}{dt} + \left(\frac{d^2\alpha}{dt\,d\theta}\right)\frac{d\theta}{dt} = -\frac{p\lambda}{A}\sin(\alpha + 6).$$

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur quelques systèmes triples orthogonaux de surfaces algébriques.* Note de **M. William Roberts** (de Dublin), présentée par M. Serret.

« Dans un Mémoire publié dernièrement dans le *Journal de M. Borchardt,* j'ai donné les équations générales, en coordonnées elliptiques, de quelques systèmes triples de surfaces orthogonales entre elles. Je veux remarquer dans cette Note que, parmi ces systèmes, il se trouve une assez grande variété de ceux qui sont algébriques, chose intéressante à cause de l'extrême rareté de pareils systèmes.

» Soient ρ, μ, ν les coordonnées elliptiques, selon la notation accoutumée, b et c les deux constantes elliptiques, et λ une constante dont la valeur est comprise entre c et b, et faisons

$$U = \left(\sqrt{\rho^2 - b^2} + \sqrt{\rho^2 - \lambda^2}\right)\left(\sqrt{\mu^2 - b^2} + \sqrt{\mu^2 - \lambda^2}\right)\left(\sqrt{b^2 - \nu^2} + \sqrt{\lambda^2 - \nu^2}\right),$$

$$V = \left(\frac{b\sqrt{\rho^2 - \lambda^2} + \lambda\sqrt{\rho^2 - b^2}}{\rho}\right)\left(\frac{b\sqrt{\mu^2 - \lambda^2} + \lambda\sqrt{\mu^2 - b^2}}{\mu}\right)\left(\frac{b\sqrt{\lambda^2 - \nu^2} + \lambda\sqrt{b^2 - \nu^2}}{\nu}\right),$$

$$W = \left(\frac{\sqrt{c^2 - b^2}\sqrt{\rho^2 - \lambda^2} + \sqrt{c^2 - \lambda^2}\sqrt{\rho^2 - b^2}}{\sqrt{\rho^2 - c^2}}\right)\left(\frac{\sqrt{c^2 - b^2}\sqrt{\mu^2 - \lambda^2} + \sqrt{c^2 - \lambda^2}\sqrt{\mu^2 - b^2}}{\sqrt{c^2 - \mu^2}}\right)$$
$$\times\left(\frac{\sqrt{c^2 - b^2}\sqrt{\lambda^2 - \nu^2} + \sqrt{c^2 - \lambda^2}\sqrt{b^2 - \nu^2}}{\sqrt{c^2 - \nu^2}}\right).$$

Alors les équations

$$U = \alpha, \quad UV^{-\frac{\lambda}{b}} = \beta, \quad UW^{-\sqrt{\frac{c^2-\lambda^2}{c^2-b^2}}} = \gamma,$$

représentent trois familles de surfaces mutuellement orthogonales, et qui par conséquent s'entrecoupent suivant leurs lignes de courbure. Dans les cas où les deux quantités $\frac{\lambda}{b}$, et $\sqrt{\frac{c^2-\lambda^2}{c^2-b^2}}$ sont commensurables, ces trois familles sont algébriques. On peut satisfaire à cette condition d'une infinité de manières, comme, par exemple, si l'on suppose $c = b\sqrt{5}$, $\lambda = 2b$.

» Soient encore (a étant une constante quelconque)

$$U = (\rho + \sqrt{a^2+\rho^2})(\mu + \sqrt{a^2+\mu^2})(\nu + \sqrt{a^2+\nu^2}),$$

$$V = \frac{(\rho\sqrt{a^2+b^2} - b\sqrt{a^2+\rho^2})(\mu\sqrt{a^2+b^2} - b\sqrt{a^2+\mu^2})[(a^2+b^2)(b^2-\nu^2)]}{(\rho\sqrt{a^2+b^2} + b\sqrt{a^2+\rho^2})(\mu\sqrt{a^2+b^2} + b\sqrt{a^2+\mu^2})(\nu\sqrt{a^2+b^2} + b\sqrt{a^2+\nu^2})^2},$$

$$W = \frac{(\rho\sqrt{a^2+c^2} - c\sqrt{a^2+\rho^2})(a^2+c^2)^2(c^2-\mu^2)(c^2-\nu^2)}{(\rho\sqrt{a^2+c^2} + c\sqrt{a^2+\rho^2})(\mu\sqrt{a^2+c^2} + c\sqrt{a^2+\mu^2})^2(\nu\sqrt{a^2+c^2} + c\sqrt{a^2+\nu^2})^2},$$

Alors les équations

$$U = \alpha, \quad U^{\frac{2b}{\sqrt{a^2+b^2}}} V = \beta, \quad U^{\frac{2c}{\sqrt{a^2+c^2}}} W = \gamma,$$

nous donneront un système triple de surfaces orthogonales qui seront algébriques lorsque les deux exposants $\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\frac{c}{\sqrt{a^2+c^2}}$ sont commensurables.

» Les équations différentielles dans mon Mémoire nous fourniront beaucoup d'autres systèmes tels, eu égard à la variété des signes dont les termes sont affectés. Les formules auxquelles on arrive sont, il faut l'avouer, extrêmement compliquées. Mais les géomètres penseront peut-être que le très-petit nombre des systèmes triples algébriques connus aujourd'hui m'autorise à publier les résultats consignés dans cette Note. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur l'oxydation du vin; par* **M. Berthelot.**

« Les expériences que j'ai présentées sur l'altération des vins soumis à l'influence de l'oxygène, ayant été l'objet de quelques critiques, principalement en raison de l'emploi du mercure dans ces expériences, j'ai cru

devoir faire les vérifications suivantes pour m'assurer si le mercure exerce quelque action sur le vin, avec ou sans le concours de l'air.

» 1° J'ai pris une bouteille de vin de Thorin (1858), le même sur lequel j'avais fait mes premières observations; j'y ai versé 3 kilogrammes de mercure; j'ai bouché, agité vivement pendant un quart d'heure, puis laissé la liqueur s'éclaircir, ce qui a exigé une nuit; un repos moins prolongé risquerait de laisser du mercure en suspension. Le lendemain le vin a été goûté; il avait conservé son bouquet et sa saveur normale. Durant l'expérience, aucun gaz ne s'était dégagé; le mercure, bien que partiellement éteint, avait conservé son aspect métallique. Enfin le vin, après filtration, ne retenait pas la moindre trace de mercure, soit en dissolution, soit en suspension. Ces faits prouvent que le mercure et le vin de Thorin, dans les conditions de simple contact, n'exercent aucune action réciproque.

» 2° Cette action a-t-elle lieu avec le concours de l'air? En d'autres termes, le vin, en présence de l'oxygène ou de l'air, et à l'instar de l'essence de térébenthine, détermine-t-il l'oxydation du mercure?

» *A*. Un flacon de 250 centimètres cubes a été rempli rapidement avec du vin de Thorin; j'ai enlevé 20 centimètres cubes de vin, qui ont été remplacés par de l'air; puis j'ai agité vivement pendant dix minutes, à la température de 8 degrés environ. Au bout de ce temps, l'atmosphère gazeuse contenue dans le flacon, au-dessus du liquide, offrait la composition suivante :

Acide carbonique......	4,3
Oxygène............	14,3
Azote..............	81,4

» *B*. J'ai répété la même expérience, dans des conditions identiques, si ce n'est que le flacon renfermait, outre 230 centimètres cubes de vin et 20 centimètres cubes d'air, 140 grammes de mercure. L'atmosphère gazeuse renfermait à la fin :

Acide carbonique.....	4,3
Oxygène............	14,1
Azote..............	81,6

nombres identiques aux précédents et qui prouvent que la présence du mercure a été sans influence sur la quantité d'air absorbée par le vin.

» *C*. Voulant pousser plus loin et vérifier si l'action de l'air seul donnait naissance à quelque principe capable de déterminer ensuite l'oxydation

simultanée du vin et du mercure, j'ai agité du vin de Thorin avec le quart de son volume d'air, puis laissé la bouteille débouchée pendant quelques heures. J'ai introduit ensuite dans un flacon 230 centimètres cubes de ce liquide, 20 centimètres cubes d'air, 140 grammes de mercure, et opéré comme dans les essais *A* et *B*. J'ai trouvé que l'atmosphère surnageante renfermait :

Acide carbonique......	3,0
Oxygène.............	20,4
Azote...............	76,6

» L'oxygène et l'azote sont ici dans les mêmes rapports que dans l'air, ce qui démontre que l'hypothèse posée au début n'a aucun fondement.

» *D*. Enfin une quatrième expérience a prouvé que le contact préalable du vin avec le mercure ne communique pas au vin la propriété de s'oxyder ultérieurement d'une manière différente de celle du vin qui n'a pas eu le même contact.

» Comme dernier contrôle, je me suis assuré que le vin, agité avec l'oxygène et le mercure, simultanément ou successivement, puis filtré, ne retient pas trace de mercure en dissolution. Il en est de même du vin agité avec l'air et le mercure, simultanément ou successivement. Le mercure éteint dans ces derniers essais a été réuni et lavé à plusieurs reprises avec de l'eau distillée : il a fini par se rassembler jusqu'au dernier globule en une masse métallique et brillante; l'eau de lavage filtrée ne retenait pas trace de mercure.

» En résumé, entre le mercure et le vin de Thorin, avec ou sans le concours de l'oxygène, dans les conditions de mes expériences, il n'y a pas d'action réciproque.

» Les faits que je viens d'exposer sont faciles à vérifier, en tant qu'ils reposent sur des données numériques. Il en est de même de l'existence de certains principes très-oxydables soit dans le vin, soit dans l'extrait éthéré du vin, et il en est encore de même de la combinaison chimique du vin avec l'oxygène, combinaison que j'ai démontrée par des épreuves directes, il y a plusieurs mois. Quant aux changements utiles ou nuisibles que cette combinaison apporte dans la saveur et le bouquet des vins, ils ne peuvent être évidemment précisés de la même manière. Il est tel pays en France, que je pourrais citer, où l'on recherche les vins presque usés; tandis que, dans d'autres régions, on préfère les vins dans un état d'oxydation moins avancé. Cependant, quelles que soient les divergences inévitables entre des opinions fondées sur les goûts individuels, divergences qui pourraient être ac-

crues par la saveur spéciale que possède le vin saturé d'oxygène, il me paraît difficile de contester ce fait, que l'action brusque soit de l'air, soit de l'oxygène pur, employés en excès, affaiblit certaines qualités du vin, principalement celles que diverses personnes désignent sous le nom impropre de force ou goût alcoolique. Au cas où l'action de l'air s'exerce dans l'espace de quelques minutes, je ne vois pas d'ailleurs comment on pourrait l'expliquer autrement que par une action de l'oxygène.

» Une autre cause de divergence résulte de la nature incomplète de l'altération produite par l'oxygène. En effet, comme je l'ai déjà fait observer, le bouquet renferme deux ordres de principes : les uns sont des éthers, peu ou point oxydables, les autres sont comparables aux aldéhydes et très-oxydables. Dans un vin oxydé, ces derniers disparaissent ou sont modifiés, mais les éthers subsistent ainsi que le goût qui leur correspond. Les vins seront donc plus ou moins modifiés par l'oxygène, suivant que les principes oxydables ou les éthers prédomineront dans le bouquet : j'ai cité ailleurs comme application de ces idées les vins vieux et liquoreux du Midi dont le bouquet ne renferme que fort peu de principes facilement oxydables, mais au contraire des proportions notables d'éthers. Aussi ne sont-ils guère sensibles à l'influence directe et immédiate de l'oxygène atmosphérique.

» C'est pourquoi, pour définir complétement ma pensée, je dois dire qu'en parlant de l'altération des vins par l'oxygène, je parle seulement des vins déjà faits, vinifiés, et de ceux que j'ai étudiés, tels que Thorin, Volnay et analogues, bien que je regarde mes résultats comme applicables à beaucoup d'autres vins.

» J'ajouterai que, pour me mettre à l'abri de toute illusion personnelle, après avoir soumis ces vins aux diverses influences désignées ci-dessus, je les ai enfermés dans des flacons bouchés à l'émeri, étiquetés seulement avec des numéros et envoyés à l'un de mes amis, expérimenté en ces matières et bien connu de l'Académie. Une indisposition l'ayant empêché de les déguster lui-même, il envoya, sans m'en prévenir, les flacons à l'un des dégustateurs les plus renommés de Paris, M. Alin, ancien négociant, qui aussitôt reconnut les plus grandes différences, plaçant en première ligne, sans hésitation, le vin naturel, condamnant au contraire, comme mauvais et profondément altéré, le vin qui avait été agité avec de l'oxygène (sans mercure), et classant entre deux les échantillons sur lesquels j'avais fait simplement réagir de l'air. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *De l'action de l'oxygène et de l'air sur les vins ;* *par* **M. E.-J. Maumené.**

« Les expériences de M. Ladrey confirment d'une manière frappante les observations que j'ai fait connaître, et je ne demanderais pas à revenir sur ce sujet si je n'attachais de l'importance à pouvoir librement continuer mes études. Mon silence pourrait tourner contre moi. M. Ladrey annonce de nouvelles expériences et dit : « Il sera possible, je l'espère, d'établir la cause » des différences que nous venons de signaler et de démontrer s'il faut la » voir uniquement dans l'action des substances qui accompagnent l'oxy- » gène dans notre atmosphère, ou bien s'il y a dans ce phénomène un fait » semblable à celui que nous offre l'histoire du phosphore. »

» Pour ne pas être exposé plus tard à paraître empiéter sur les droits d'autrui, qu'il me soit permis de constater au *Compte rendu* que dans la discussion soulevée devant la Société d'Agriculture, j'ai exprimé l'opinion que M. Ladrey, dans sa Note, vient de soumettre à l'Académie. »

A 4 heures un quart l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

Dans le comité secret de la séance du 1er février, la Section d'Économie rurale avait présenté, par l'organe de **M. Boussingault**, la liste suivante de candidats pour la place vacante par suite du décès de *M. de Gasparin*.

En première ligne ex æquo *et par ordre alphabétique*. . .	**M. Reiset.** **M. Paul Thenard.**
En deuxième ligne	**M. Chambrelent.**

La discussion des titres des candidats, commencée immédiatement après la présentation de la liste (1er février) et continuée dans la présente séance (8 février), a été déclarée close.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 6 heures trois quarts.

É. D. B.

COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 FÉVRIER 1864.

PRÉSIDENCE DE M. MORIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur de nouvelles machines locomotives mises récemment en service sur le chemin de fer du Nord et propres à opérer la traction des convois sur de fortes rampes; par* **M. Combes.**

« Notre savant confrère, M. Séguier, a entretenu l'Académie, dans une de ses dernières séances, des essais qui sont faits en Angleterre pour opérer la traction des convois sur des chemins de fer à très-fortes rampes, au moyen de machines locomotives établies sur un principe nouveau, dont il réclame avec raison la priorité. Au lieu d'emprunter, comme dans le système actuellement pratiqué, l'adhérence nécessaire pour entraîner le convoi, au frottement des roues *portantes* qui reçoivent l'action des pistons et qu'on appelle, en raison de cela, *roues motrices*, les nouvelles locomotives l'emprunteraient à une paire de roues horizontales pressant entre elles un troisième rail, établi au milieu de la voie et qui passerait entre elles comme une barre de fer entre les cylindres d'un laminoir, avec cette différence qu'ici la barre resterait fixe et que le laminoir recevrait le mouvement de translation. La pression des roues contre le rail intermédiaire serait déterminée par une sorte de tenaille ou pince de banc à tirer, dont les deux branches tendraient à être rapprochées par la traction même exercée sur le convoi, de sorte que

coniques qui satisfont à quatre conditions; et ces propriétés présentent parfois des difficultés dans l'application que l'on en fait, à raison des cas particuliers qui se rencontrent dans les coniques d'un système, cas où une conique est l'ensemble de deux droites, ou l'ensemble de deux points qui représentent les sommets d'une conique infiniment aplatie. La question du contact est bien sujette aussi à ces difficultés, si on se sert de certaines propriétés qui se sont sans doute offertes les premières à l'esprit; mais il est un théorème, qui s'applique au contact de courbes d'ordre quelconque, et qui est affranchi de ces difficultés; et il suffit seul pour conduire immédiatement au but; tellement que cette question des contacts, qui n'exige pas la connaissance d'autres théorèmes, devient la plus simple.

» Lorsqu'on connaît les propriétés des systèmes de sections coniques satisfaisant à quatre conditions données, dont on aura à se servir dans le cours d'une question, la marche à suivre est toujours la même.

» Ces propriétés, qu'il faut connaître, s'expriment toutes en fonction de deux quantités, disons de deux *éléments* de chaque système, lesquels sont toujours les mêmes d'espèce, et ne varient que numériquement. Ces deux éléments constants sont le nombre des coniques du système qui passent par un point quelconque, et le nombre des coniques qui touchent une droite. Ils dépendent des quatre conditions communes à tout le système; et c'est de ces éléments que dérivent les solutions de toutes les questions. Nous appellerons ces éléments les *caractéristiques* du système de coniques auquel ils appartiennent. Par exemple, dans le système de coniques qui passent toutes par quatre points, les caractéristiques sont 1 et 2, parce qu'une seule conique passe par un point donné, et qu'il en existe deux qui touchent une droite. Dans le système de coniques passant par trois points et tangentes à une conique, les caractéristiques sont 6 et 12, parce que six coniques passent par un point donné, et que douze coniques touchent une droite.

» Nous représenterons les deux caractéristiques d'un système par les lettres μ et ν. Désignant aussi les quatre conditions du système par Z, Z', Z'', Z''', nous écrirons, pour exprimer que μ, ν en sont les caractéristiques,

$$(Z,\ Z',\ Z'',\ Z''') \equiv (\mu,\ \nu).$$

» La marche que nous suivrons dans la recherche du nombre des solutions d'une question déterminée par cinq conditions implique une construction théorique de la question. Mais on ne s'étonnera pas que la solution finale demande plusieurs constructions subsidiaires, qui résolvent successivement des questions d'un ordre différent.

» Une opération principale, dans le cours d'une solution, est la détermination des caractéristiques de divers systèmes que l'on a à considérer successivement. La manière de procéder dans cette recherche se renouvelle plusieurs fois, appliquée à des systèmes qui dérivent les uns des autres; il en résulte une certaine longueur de raisonnements, qu'il paraît difficile d'éviter.

» Avant de décrire ce procédé général de solution, nous allons faire connaître les propriétés des systèmes de coniques satisfaisant à quatre conditions. Ces propriétés impliquent dans leur expression les caractéristiques, et servent à les déterminer, ainsi que nous l'expliquerons; on en conclut ensuite le nombre des solutions de chaque question.

PROPRIÉTÉS D'UN SYSTÈME DE CONIQUES (μ, ν).

Lieux géométriques.

» I. *Le lieu des pôles d'une droite est une courbe d'ordre* ν.

» COROLLAIRE. Si la droite est à l'infini, le théorème prend cet énoncé :

» *Le lieu des centres des coniques est une courbe d'ordre* ν.

» II. Dans le cas où les coniques du système (μ, ν) passent toutes par deux points, en satisfaisant à deux autres conditions : *le lieu des pôles de la droite qui joint ces points est d'ordre* $\frac{\nu}{2}$.

» COROLLAIRE. Et si les deux points sont à l'infini : *le lieu des centres des coniques du système* (μ, ν) *est une courbe d'ordre* $\frac{\nu}{2}$.

» III. 1° *Si de deux points* Q, Q' *on mène des tangentes à chaque conique d'un système* (μ, ν), *les points d'intersection de ces tangentes sont sur une courbe d'ordre* 3ν, *qui a deux points multiples d'ordre* ν, *en* Q *et* Q'.

» 2° *Si les coniques du système* (μ, ν) *sont toutes tangentes à la droite* QQ', *la courbe, lieu des points de rencontre des deux tangentes menées de* Q *et* Q' *à chaque conique, est d'ordre* $\left(\frac{\mu}{2} + \nu\right)$, *et a deux points multiples d'ordre* $\frac{\mu}{2}$ *en* Q *et* Q'.

» COROLLAIRES. Si Q et Q' sont imaginaires, à l'infini, sur un cercle, les points d'intersection des tangentes sont les foyers des coniques. Donc :

» 1° *Le lieu des foyers des coniques d'un système* (μ, ν) *est une courbe d'ordre* 3ν, *qui a deux points multiples d'ordre* ν, *à l'infini, sur un cercle.*

» 2° *Le lieu des foyers d'un système* (μ, ν) *de paraboles est une courbe d'ordre* $\left(\frac{\mu}{2} + \nu\right)$ *qui a deux points multiples d'ordre* $\frac{\mu}{2}$ *imaginaires, à l'infini, sur un cercle.*

» IV. *Le lieu des points de concours des tangentes communes à une conique donnée U et à chaque conique d'un système* (μ, ν) *est une courbe d'ordre* 3ν.

» V. *Le lieu des points de contact des tangentes menées d'un point* P *à toutes les coniques d'un système, est une courbe de l'ordre* ($\mu + \nu$), *qui a un point multiple d'ordre* μ *en* P.

» VI. *Le lieu des points dont chacun a la même polaire dans une conique donnée* U *et dans une conique quelconque du système* (μ, ν) *est une courbe de l'ordre* ($\mu + \nu$).

» COROLLAIRE. *Le nombre des coniques* (μ, ν) *qui touchent une conique quelconque* U *est* $2(\mu + \nu)$.

» VII. *Les tangentes communes à une conique donnée* U *et aux coniques d'un système* (μ, ν) *ont leurs points de contact avec ces coniques sur une courbe d'ordre* $2(\mu + \nu)$, *qui a* $2(\mu + \nu)$ *points de contact avec* U.

» Ces $2(\mu + \nu)$ points sont les points de contact des coniques du système et de la conique U.

» VIII. *Le lieu des pieds des normales abaissées d'un point* P *sur les coniques du système* (μ, ν) *est une courbe d'ordre* ($2\mu + \nu$), *qui a un point multiple d'ordre* μ *en* P.

» IX. *Le lieu des sommets des coniques du système* (μ, ν) *est une courbe de l'ordre* $2(2\mu + \nu)$.

» X. *Le lieu des points de rencontre des coniques du système* (μ, ν) *et de leurs diamètres qui aboutissent à un point fixe, est une courbe de l'ordre* ($\mu + 2\nu$).

» XI. *Le lieu d'un point dont l'axe harmonique, relatif à une courbe d'ordre* m, *coïncide avec la polaire de ce point relative à une quelconque des coniques d'un système* (μ, ν), *est une courbe de l'ordre* $[\mu(m-1)+\nu]$ (*).

» COROLLAIRE. Cette courbe rencontre la courbe d'ordre *m* en

---

(*) Ce théorème n'est point particulier aux coniques; il s'applique à des courbes d'ordre quelconque : c'est-à-dire que : *Lorsqu'on a un système de courbes d'ordre quelconque* r *déterminées toutes par* $\frac{r(r+3)}{2} - 1$ *conditions communes, et dont les caractéristiques sont* μ *et* ν; *le lieu d'un point dont l'axe harmonique relatif à une courbe d'ordre* m *coïncide avec l'axe harmonique de ce point, relatif à une courbe quelconque du système, est une courbe de l'ordre* $[\mu(m-1)+\nu]$.

On en conclut que *le nombre des courbes du système, qui touchent une courbe d'ordre* m, *est* $m[\mu(m-1)+\nu]$.

Plusieurs autres propriétés d'un système de coniques s'appliquent pareillement à un système (μ, ν) de courbes d'ordre quelconque; et souvent la fonction des coefficients reste la

$m[\mu(m-1)+\nu]$ points, en chacun desquels une conique du système touche la courbe. Donc :

» *Il existe dans un système de coniques* (μ, ν), $m[\mu(m-1)+\nu]$ *coniques tangentes à une courbe donnée d'ordre* m.

Courbes enveloppes.

» XII. *Les polaires d'un point enveloppent une courbe de la classe* μ.

» XIII. Lorsque toutes les coniques du système (μ, ν) sont tangentes à deux droites et satisfont à deux autres conditions : *la courbe enveloppe des polaires du point de concours des deux droites est de l'ordre* $\frac{\mu}{2}$.

» XIV. *Les cordes que deux droites fixes interceptent dans toutes les coniques d'un système* (μ, ν) *enveloppent une courbe de la classe* 3μ, *qui a deux tangentes multiples d'ordre* μ *coïncidant avec les deux droites.*

» XV. *Les cordes communes à une conique* U *et à chaque conique d'un système* (μ, ν) *enveloppent une courbe de la classe* 3μ.

» XVI. *Les tangentes menées aux coniques* (μ, ν), *par les points où elles coupent une droite donnée* D, *enveloppent une courbe de la classe* $(\mu+\nu)$, *qui a la droite* D *pour tangente multiple d'ordre* ν.

» Corollaire I. La courbe de la classe $(\mu+\nu)$ admet $(\mu+\nu)$ tangentes passant par un point quelconque. Prenant ce point à l'infini, sur une perpendiculaire à la droite D, on en conclut que :

» *Le nombre des coniques d'un système* (μ, ν), *qui coupent à angle droit une droite donnée, est* $(\mu+\nu)$.

» Corollaire II. Si la droite D est à l'infini, le théorème prend cet énoncé :

» *Les asymptotes des coniques d'un système* (μ, ν) *enveloppent une courbe de la classe* $(\mu+\nu)$, *qui a une tangente multiple d'ordre* ν *à l'infini.*

» Conséquemment la courbe a ν branches paraboliques.

» XVII. *L'enveloppe des droites dont chacune a le même pôle dans une conique donnée* U *et dans une conique quelconque du système* (μ, ν), *est une courbe de la classe* $(\mu+\nu)$.

» Cette courbe a $2(\mu+\nu)$ tangentes communes avec U ; et les $2(\mu+\nu)$

---

même, comme dans le cas actuel et dans les théorèmes I, V, VIII, XVI, XXII. C'est pour cela que j'ai annoncé que ces recherches, concernant les coniques, seraient un point de départ utile dans la théorie générale des courbes d'ordre supérieur.

points de contact sur U sont les points où $2(\mu+\nu)$ coniques du système touchent la conique U.

» XVIII. *Si par les points où une conique U rencontre chaque conique d'un système* (μ, ν), *on mène les tangentes de celles-ci, ces tangentes enveloppent une courbe de la classe* $2(\mu+\nu)$ *qui a* $2(\mu+\nu)$ *points de contact avec* U.

» Ces $2(\mu+\nu)$ points déterminent $2(\mu+\nu)$ coniques du système tangentes à U en ces points.

» XIX. *Les axes des coniques d'un système* (μ, ν) *enveloppent une courbe de la classe* $(\mu+\nu)$, *qui a une tangente multiple d'ordre* ν, *à l'infini.*

» XX. *Lorsqu'un axe de chaque conique d'un système* (μ, ν), *satisfaisant à trois autres conditions, passe par un point fixe, la courbe enveloppe des autres axes est de la classe* 2ν.

» XXI. *Les diamètres d'un système de coniques* (μ, ν), *qui rencontrent ces courbes sur une droite donnée, enveloppent une courbe de la classe* $(\mu+\nu)$, *qui a cette droite pour tangente multiple d'ordre* ν.

» XXII. *Les normales des coniques d'un système* (μ, ν) *aux points de ces courbes situés sur une droite donnée, enveloppent une courbe de la classe* $(2\mu+\nu)$, *qui a cette droite pour tangente multiple d'ordre* $(\mu+\nu)$.

» XXIII. *Si dans chaque conique d'un système* (μ, ν) *on mène deux diamètres rectangulaires, dont l'un passe par un point fixe, l'autre diamètre enveloppe une courbe de la classe* $(\mu+\nu)$, *qui a une tangente multiple d'ordre* ν, *à l'infini.*

» XXIV. *Les diamètres dont les conjugués passent par un point donné enveloppent une courbe de la classe* $(\mu+\nu)$, *qui a une tangente multiple d'ordre* ν, *à l'infini.*

» XXV. *Les directrices d'un système de coniques* (μ, ν) *enveloppent une courbe de la classe* $(2\mu+\nu)$, *qui a une tangente multiple d'ordre* ν, *à l'infini.*

» XXVI. *Dans un système de coniques* (μ, ν), *dont une directrice passe par un point donné, et qui satisfont à trois conditions communes, les autres directrices enveloppent une courbe de la classe* $(\mu+\nu)$, *qui a une tangente multiple d'ordre* ν, *à l'infini.*

» XXVII. Lorsqu'on a une courbe géométrique de la classe n, et une droite D, si de chaque point de la droite on mène les n tangentes de la courbe, et l'axe harmonique de la droite D relatif à ce faisceau de tangentes, cet axe passe toujours par un même point I que nous appellerons le pôle harmonique de la droite D (*).

(*) Voir *Aperçu historique*, p. 623. — *Traité de Géométrie supérieure*, art. 496.

» Cela posé :

» *Lorsqu'on a un système de coniques* (μ, ν) *et une courbe* U′ *de la classe* n, *l'enveloppe d'une droite variable, qui a un même pôle harmonique dans la courbe* U′ *et dans chaque conique du système, est une courbe de la classe* $[\mu + (n-1)\nu]$.

» Corollaire. Cette courbe a $n[\mu + (n-1)\nu]$ tangentes communes avec la courbe U′, en chacune desquelles une conique du système touche la courbe U′. Conséquemment :

» *Il existe* $n[\mu + (n-1)\nu]$ *coniques tangentes à une courbe de la classe* n.

» Cette formule n'est pas différente au fond de celle du théorème (XI).

Propriétés diverses d'un système (μ, ν).

» XXVIII. 1° *Dans un système de coniques* (μ, ν), *le nombre de ces courbes qui divisent un segment donné, en rapport harmonique, est* μ.

» Corollaire I. *Dans un système de coniques* (μ, ν), *il existe* μ *hyperboles équilatères.*

» Corollaire II. *Un faisceau de coniques étant donné, ainsi qu'un système de coniques* (μ, ν), *il existe dans ce système* μ *coniques homothétiques, respectivement, à* μ *coniques du faisceau.*

» 2° *Le nombre des coniques par rapport auxquelles deux droites données sont conjuguées, est* ν.

» XXIX. 1° *Dans un système de coniques* (μ, ν), *le nombre des coniques semblables à une conique donnée (autre que le cercle et l'hyperbole équilatère), est* 2μ.

» 2° *Le nombre des coniques dont les tangentes menées par un point fixe donné font entre elles un angle donné, est* 2ν.

» *Et ce nombre est* ν *quand l'angle est droit.*

» XXX. 1° *Dans un système de coniques, la condition que les courbes coupent un segment donné en rapport harmonique équivaut à la condition de passer par un point.*

» C'est-à-dire que, si, dans un système, on change la condition de passer par un point, en celle de diviser un segment donné harmoniquement, les caractéristiques du système restent les mêmes.

» 2° *La condition que, dans les coniques d'un système, deux droites données soient conjuguées par rapport à toutes les coniques du système, équivaut à celle que les coniques soient toutes tangentes à une droite.*

» C'est-à-dire que, si l'on remplace la condition de toucher une droite, par la condition que deux droites données soient conjuguées relativement à

toutes les coniques d'un système, les caractéristiques du système ne changent pas.

» XXXI. *La condition d'avoir un foyer en un point donné équivaut à celle de toucher deux droites.*

Application de la méthode.

» *Trouver les caractéristiques* μ, ν *d'un système de coniques satisfaisant à quatre conditions* Z, Z′, Z″, Z‴.

» On entre en matière avec les cinq formules suivantes, qui expriment les caractéristiques des cinq systèmes de coniques passant par des points et tangentes à des droites :

(1) (4p.) ≡ (1, 2),

(2) (3p., 1d.) ≡ (2, 4),

(3) (2p., 2d.) ≡ (4, 4),

(4) (1p., 2d.) ≡ (4, 2),

(5) (4d.) ≡ (2, 1).

Ces formules servent à calculer les caractéristiques des systèmes

(*a*) (3p., Z), (2p., 1d. Z), (1p., 2d. Z), (3d. Z).

» Ensuite, connaissant les caractéristiques de ces quatre systèmes, on introduit la seconde condition Z′, et on calcule les caractéristiques des systèmes

(*b*) (2p., Z, Z′), (1p., 1d., Z, Z′), (2d., Z, Z′).

» Ces trois systèmes servent de même à introduire la troisième condition Z″, et à calculer les caractéristiques des deux systèmes

(*c*) (1p., Z, Z′, Z″), (1d., Z, Z′, Z″).

» Enfin, de ces deux systèmes, on conclut les caractéristiques du système final

(Z, Z′, Z″, Z‴).

» Les caractéristiques de ce système servent à déterminer le nombre des coniques qui satisfont à une cinquième condition.

» Prenons pour exemple les conditions suivantes :

» Z *Toucher une courbe d'ordre* m.

» Z' *Avoir un foyer sur une courbe d'ordre* p.

» Z'' *Être semblable à une conique donnée* U.

» Z''' *Qu'une directrice soit tangente à une courbe de la classe* q.

» La première opération est le calcul des caractéristiques du premier des quatre systèmes (a); ces caractéristiques sont les nombres des coniques qui, dans les deux systèmes (1) et (2), satisfont à la condition Z. Car si N coniques du système (1), dont toutes les coniques passent par quatre points, satisfont à la condition Z; réciproquement, N coniques, dans le système (3p., Z), passent par un quatrième point pris arbitrairement. Donc N est la caractéristique μ de ce système. Pareillement, le nombre N' des coniques qui, dans le système (2), touchent une droite, exprime la caractéristique ν du système (3p., Z).

» La condition Z est de toucher une courbe d'ordre m, Z_m; on a donc, d'après le théorème (XI, *Coroll.*),

$$N\,(4\text{p.}, Z_m) = m(m+1),$$
$$N'(3\text{p.}, 1\text{d.}, Z_m) = 2m(m+1).$$

» Donc

(6) $$(3\text{p.}, Z_m) \equiv [m(m+1),\ 2m(m+1)].$$

» On détermine semblablement les caractéristiques du système (2p., 1d., Z_m) au moyen des formules (2) et (3); celles de (1p., 2d., Z_m), au moyen de (3) et (4); et enfin celles de (3d., Z_m), au moyen de (4) et (5). On a ainsi :

(7) $$(2\text{p.}, 1\text{d.}, Z_m) \equiv [2m(m+1),\ 4m^2];$$

(8) $$(1\text{p.}, 2\text{d.}, Z_m) \equiv [4m^2,\ 2m(2m-1)];$$

(9) $$(3\text{d.}, Z_m) \equiv [2m(2m-1),\ m(2m-1)].$$

» Les coniques, pour seconde condition, doivent avoir un foyer sur une courbe d'ordre p, Z'_p.

» Il faut calculer les caractéristiques des trois systèmes (b). Celles du premier système (2p., Z_m, Z'_p) sont les nombres N (3p., Z_m, Z'_p), N'(2p., 1d., Z_m, Z'_p). Ces nombres se concluent du théorème (III, *Coroll.*, 1°) appliqué aux systèmes (6) et (7). On a

$$N = 2 \cdot 3m(m+1) \cdot p,$$
$$N' = 3 \cdot 4m^2 p.$$

Donc

(10) $$(2\text{p.}, Z_m, Z'_p) \equiv [2.3.m(m+1)p,\ 3.4.m^2 p].$$

» Les caractéristiques du système $(1\text{p.}, 1\text{d.}, Z_m, Z'_p)$ sont les nombres $N(2\text{p.}, 1\text{d.}, Z_m, Z'_p)$, $N'(1\text{p.}, 2\text{d.}, Z_m, Z'_p)$, qui se concluent du même théorème (III) appliqué aux deux systèmes (7) et (8) : le premier, déjà calculé, est

$$N = 3.4.m^2 p;$$

et le second,

$$N' = 2.3m(2m-1)p.$$

Donc

(11) $$(1\text{p.}, 1\text{d.}, Z_m, Z'_p) \equiv [3.4.m^2.p,\ 2.3.m(2m-1)p].$$

» Les caractéristiques du système $(2\text{d.}, Z_m, Z'_p)$ sont les nombres $N(1\text{p.}, 2\text{d.}, Z_m, Z'_p)$, $N'(3\text{d.}, Z_m, Z'_p)$: le premier vient d'être calculé; le second se conclut du théorème (III) appliqué au système (9). On a

$$N = 2.3.m(2m-1)p,$$
$$N' = 3.m(2m-1)p.$$

Donc

(12) $$(2\text{d.}, Z_m, Z'_p) \equiv [2.3.m(2m-1)p,\ 3m(2m-1)p].$$

» Passons à la troisième condition, et à la détermination des caractéristiques des deux systèmes (c). Les coniques doivent être semblables à une conique Z″. D'après le théorème (XXIX) appliqué aux deux systèmes (10) et (11), on a

$$N(2\text{p.}, Z_m, Z'_p, Z'') = 2.2.3.m(m+1)p,$$

et

$$N'(1\text{p.}, 1\text{d.}, Z_m, Z'_p, Z'') = 2.3.4.m^2.p.$$

Donc

(13) $$(1\text{p.}, Z_m, Z'_p, Z'') \equiv [2.2.3.m(m+1)p,\ 2.3.4.m^2 p].$$

» Appliquant le même théorème aux systèmes (11) et (12), on obtient

$$N(1\text{p.}, 1\text{d.}, Z_m, Z'_p, Z'') = 2.3.4.m^2 p,$$
$$N'(2\text{d.}, Z_m, Z'_p, Z'') = 2.2.3.m(2m-1)p.$$

Donc

(14) $$(\text{1d.}, Z_m, Z'_p, Z'') \equiv [2.3.4.m^2 p,\ 2.3.m(2m-1)p].$$

» La quatrième condition est qu'une directrice de chaque conique soit tangente à une courbe de la classe q. On cherche combien de coniques satisfont à cette condition dans les deux systèmes (13) et (14). Pour cela, on se sert du théorème (XXV), et l'on obtient

$$N\ (\text{1p.}, Z_m, Z'_p, Z'', Z'''_q) = [2.2.2.3.m.(m+1)p + 2.3.4.m^2 p]q,$$

$$N'\ (\text{1d.}, Z_m, Z'_p, Z'', Z'''_{q'}) = [(2.2.3.4.m^2 p + 2.3.m(2m-1)p]q.$$

On a donc

$$(Z_m, Z_p, Z'', Z'''_q) \equiv [24.mpq(2m-1),\ 6.mpq(10m-1)].$$

Telles sont les caractéristiques du système proposé.

» On s'en servira pour déterminer immédiatement le nombre des coniques qui satisfont à une cinquième condition.

» Demande-t-on, par exemple, que les coniques aient leurs centres sur une courbe donnée d'ordre r : leur nombre sera, d'après le théorème (I, *Coroll.*),

$$6.mpqr(10m-1).$$

» *Observation.* — Si, au lieu de demander qu'une directrice soit tangente à une courbe d'ordre r, on veut que la normale d'une conique du système, en un point (indéterminé) où cette conique coupe une droite donnée, soit tangente à une courbe d'ordre r, le nombre des solutions restera le même; et pareillement, si, au lieu de cette condition, on demande que la normale, en un des points où une conique coupe une courbe d'ordre r, passe par un point donné. Cette égalité du nombre des solutions pour trois conditions différentes résulte de l'expression $(2\mu + \nu)$ qui se reproduit dans les théorèmes (VIII, XXII, XXV).

» Ajoutons enfin que si, au lieu de ces conditions, on demandait que les courbes eussent un sommet sur une courbe d'ordre r, le nombre des solutions serait doublé en vertu du théorème (IX).

» Il est beaucoup de questions où entrent des conditions différentes, et qui, néanmoins, ont un même nombre de solutions.

» La première condition, dans la question que nous venons de prendre pour exemple de la méthode, a été que les coniques soient tangentes à une courbe d'ordre m. Si l'on demande qu'elles soient tangentes aussi à

d'autres courbes d'ordre quelconque, la marche que nous venons de décrire reste absolument la même, et il suffit toujours d'appliquer le seul théorème (XI). On arrive ainsi, sans aucune difficulté, aux formules contenues dans ma précédente communication (*).

» Je n'ai pas parlé des conditions de double contact, ou de contact d'ordre supérieur, des coniques demandées avec d'autres coniques. Ces questions seront le sujet d'un autre Mémoire. »

GÉOLOGIE. — *Tableau des données numériques qui fixent les 362 points principaux du réseau pentagonal; par* **M. L. Élie de Beaumont.**

« Les grands cercles qui constituent le *réseau pentagonal* se croisent sur la surface du globe en un grand nombre de points dont quelques-uns présentent, avec l'ensemble du réseau, des rapports assez symétriques pour mériter d'en être appelés les *points principaux*.

» En fixant par des nombres la position de ces *points principaux*, on établit les bases les plus naturelles auxquelles on puisse se rattacher pour tracer le réseau lui-même sur des globes ou sur des cartes, et pour le comparer aux données de la géographie et de la géologie.

» Les 15 cercles primitifs du réseau pentagonal divisent la surface de la sphère en 120 triangles rectangles scalènes, égaux et symétriques deux à deux, dont les trois angles sont respectivement de 36, de 60 et de 90 degrés (1). Ces 120 triangles, qui embrassent la surface entière de la sphère, y sont juxtaposés de manière que leur contact s'opère par des côtés égaux

---

(*) M. de Jonquières était parvenu, il y a longtemps, à ces formules de contact, qu'il m'a communiquées le 17 février 1859. Je ne m'étais point occupé alors de ces questions, et ma réponse, sans infirmer ni justifier les formules, fut simplement qu'elles n'étaient pas démontrées. C'était en effet par des inductions, soit théoriques, soit pratiques et numériques, que le savant géomètre y était conduit. Plus tard, à défaut de démonstration, il douta de leur exactitude, parce qu'elles différaient de la formule de M. Bischoff, qui lui paraissait confirmée par un résultat de M. Steiner (ou plutôt, je crois, une conjecture hypothétique de l'illustre géomètre dont nous déplorons la perte), et il chercha alors à démontrer cette formule. (Avril 1861.)

Ce n'est que bien plus tard que je me suis occupé des questions qui font le sujet du présent Mémoire. Celle du contact des courbes d'ordre quelconque y tient sa place; mais elle n'est qu'une des nombreuses applications de la méthode générale que je viens d'exposer; et cette application repose sur une propriété des courbes d'ordre quelconque (théor. XI), qui n'était point connue.

(1) *Notice sur les systèmes de montagnes* (in-18, Paris; Bertrand, 1852, p. 899).

qui se confondent deux à deux, et que leurs angles égaux se réunissent par leurs sommets autour de points communs.

» Ainsi chacun des angles de 36 degrés se réunit à 9 autres angles de 36 degrés autour d'un point commun, et les 10 triangles rectangles scalènes, auxquels ces 10 angles appartiennent, constituent, par leur assemblage, un pentagone sphérique régulier dont le point de concours des angles de 36 degrés occupe le centre. Les 120 triangles rectangles scalènes, groupés de cette manière autour de 12 points, forment 12 pentagones sphériques réguliers qui embrassent la sphère entière.

» De même, chacun des angles de 60 degrés se réunit à 5 autres angles de 60 degrés autour d'un point commun, et les 6 triangles rectangles scalènes auxquels ces 6 angles appartiennent constituent, par leur assemblage, un triangle sphérique équilatéral dont le point de concours des angles de 60 degrés occupe le centre. Les 120 triangles rectangles scalènes, groupés de cette manière autour de 20 points, forment 20 triangles équilatéraux qui embrassent la sphère entière.

» Enfin, chacun des angles de 90 degrés se réunit à 3 autres angles de 90 degrés autour d'un point commun, et les 4 triangles rectangles scalènes auxquels ces 4 angles appartiennent constituent, par leur réunion, un losange sphérique dont le point de concours des 4 angles de 90 degrés occupe le centre. Les 120 triangles rectangles scalènes, groupés de cette manière autour de 30 points, forment 30 losanges sphériques qui embrassent à leur tour la sphère entière.

» Les 12 points de concours des angles de 36 degrés correspondent respectivement aux centres des 12 faces d'un dodécaèdre régulier inscrit dans la sphère; je les désigne à cause de cela par la lettre D.

» Les 20 points de concours des angles de 60 degrés correspondent de même respectivement aux centres des 20 faces d'un icosaèdre régulier inscrit dans la sphère. Je les désigne à cause de cela par la lettre I.

» Les 30 points de concours des angles de 90 degrés correspondent respectivement aux centres des 30 faces d'un solide terminé par 30 losanges. Ces 30 points, qui sont deux à deux antipodes l'un de l'autre, forment 15 couples dont chacun se confond avec un des trois axes de l'un des cinq systèmes trirectangulaires que renferme le réseau pentagonal. Il en résulte que les cercles auxquels j'ai donné le nom d'*hexatétraédriques* sont tous assujettis à passer par deux de ces points, ce qui m'a conduit à les désigner par la lettre H.

» Chacun des 15 grands cercles primitifs du réseau pentagonal passe

par 4 points H qui le divisent en 4 arcs égaux de 90 degrés. L'un quelconque des points H se trouve à la fois sur deux de ces grands cercles primitifs qui s'y croisent à angle droit; il y a donc 30 points H, comme on l'a déjà vu.

» Le milieu de chacun des arcs de 90 degrés, dans lesquels les points H divisent les grands cercles primitifs, correspond à la diagonale de l'angle droit que forment au centre de la sphère deux des axes des cinq systèmes trirectangulaires, ou, ce qui revient au même, il correspond à une parallèle à deux diagonales des faces de l'un des cinq cubes inscrits dans la sphère en concordance avec le réseau pentagonal. Il résulte de là que chacun des cercles auxquels j'ai donné le nom de *trapézoédriques* est assujetti à passer par l'un de ces points milieu, ce qui m'a conduit à désigner ces mêmes points par la lettre T. Ils sont au nombre de 60.

» Les arêtes de l'octaèdre étant parallèles aux diagonales des faces du cube, et les faces du dodécaèdre rhomboïdal étant tangentes aux arêtes de l'octaèdre, il est aisé de voir que deux octaédriques doivent passer en chaque point T et y former de part et d'autre avec le primitif des angles de $54°44'8'',19$, et qu'en chaque point T passe en outre un dodécaédrique rhomboïdal qui y coupe perpendiculairement le primitif.

» Les points D, I, H et T jouent, comme on voit, un rôle capital dans la symétrie pentagonale : ils sont tous placés sur les grands cercles primitifs dans des positions extrêmement simples.

» Les autres cercles principaux du réseau, par leurs intersections avec les 15 grands cercles primitifs, ou par leurs intersections mutuelles, donnent aussi d'autres points très-remarquables.

» Les points D, centres des 12 pentagones, étant les pôles des 6 dodécaédriques réguliers, chacun de ces grands cercles coupe les 5 grands cercles primitifs qui se croisent aux deux points D dont il dépend, en deux points diamétralement opposés, situés à 90 degrés de chacun des deux centres de pentagone. Ces points de croisement rectangulaire, que je désigne par b, partagent chaque dodécaédrique régulier en 10 arcs de 36 degrés chacun, qui eux-mêmes sont subdivisés par autant de points H en arcs de 18 degrés. Les points b sont au nombre de 60 et occupent les milieux des arcs de dodécaédriques réguliers qui forment autour des points I des triangles équilatéraux de 36 degrés de côté.

» Les points I, centres des 20 triangles équilatéraux de $63°26'5'',84$ de côté, dans lesquels les 15 grands cercles primitifs du réseau divisent la surface de la sphère, étant les pôles des icosaédriques ou octaédriques, chacun de ces derniers coupe les trois grands cercles primitifs qui se croi-

sent aux points I dont il dépend, en deux points diamétralement opposés qui se trouvent à 90 degrés de chacun des deux centres de triangles équilatéraux. Ces points de croisement rectangulaire, que je désigne par *a*, divisent l'octaédrique en 6 arcs de 60 degrés chacun, qui eux-mêmes sont subdivisés par autant de points H en arcs de 30 degrés. Un coup d'œil jeté sur la carte du pentagone européen jointe à ma *Notice sur les systèmes de montagnes,* ou sur le globe de M. Laugel, montre que les 5 arcs d'octaédriques, de 60 degrés de développement, que renferme chaque pentagone, se coupent en 5 points T qui forment les sommets d'un petit pentagone dont le point D occupe le centre et où 5 points *a* occupent les milieux des côtés. Les points *a*, de même que les points T, sont au nombre de 60, dont 5 tombent dans chacun des 12 pentagones.

» En chacun des points I, pôles des octaédriques, se croisent 6 dodécaédriques rhomboïdaux. Chacun des octaédriques coupe perpendiculairement les 6 dodécaédriques rhomboïdaux qui se croisent aux deux points I dont il dépend, en deux points diamétralement opposés, qui sont éloignés des deux points I de 90 degrés. Je désigne par *c* ces points de croisement rectangulaire qui sont au nombre de 120, 12 sur chacun des 10 octaédriques. Ils partagent l'octaédrique en 12 arcs inégaux qui sont alternativement de 44°28′39″,04 et de 15°31′20″,96, et qui eux-mêmes sont divisés chacun en deux parties égales, les premiers par un point *a* et les seconds par un point H. De là il résulte que près de chaque point H, où se croisent toujours 2 octaédriques, on trouve 4 points *c* qui en sont éloignés de 7°45′40″,48, et qui peuvent être considérés comme les quatre sommets d'un quadrilatère à quatre angles égaux, dont le point H occupe le centre.

» Ainsi : 3 des 60 points *b* sont groupés régulièrement autour du centre de chacun des 20 triangles équilatéraux du réseau ; 5 des 60 points *a* sont groupés régulièrement autour de chacun des centres des 12 pentagones ; et 4 des 120 points *c* sont groupés régulièrement autour de chacun des centres des 30 losanges.

» Les rapports qui lient les points D, I, H, T, *a*, *b*, *c*, à la symétrie générale du réseau se manifestent encore par les relations qui existent entre eux et les arêtes, les diagonales ou les apothèmes des solides réguliers qu'on peut inscrire dans la sphère, en conformité avec la structure et la position du réseau pentagonal.

» Ainsi les arêtes du dodécaèdre régulier et de l'icosaèdre régulier, les diagonales des faces du solide terminé par 30 losanges (1), et les arêtes des

(1) *Voir* au sujet de ce solide ma *Notice sur les systèmes de montagnes*, p. 951 et ailleurs.

5 cubes dérivant du réseau pentagonal sont respectivement parallèles aux diamètres HH de la sphère, qui constituent les axes des 5 systèmes trirectangulaires, que forment les 15 grands cercles primitifs du réseau. Les 60 arêtes du solide de 30 losanges forment 6 faisceaux de lignes parallèles entre elles dont chacun est représenté en direction par l'un des 6 diamètres DD, qui joignent deux à deux les centres de deux pentagones antipodes l'un de l'autre. Les diagonales des faces des 5 cubes, les arêtes des 5 octaèdres et celles des 10 tétraèdres qui en dérivent sont respectivement parallèles aux diamètres TT qui sont parallèles eux-mêmes aux diagonales des faces des 5 cubes. Les diagonales des 5 cubes se confondent avec les diagonales II des angles trièdres des 5 systèmes trirectangulaires, et les arêtes des 5 dodécaédriques rhomboïdaux leur sont parallèles. Les grandes diagonales des faces des 5 dodécaédriques rhomboïdaux sont respectivement parallèles aux diamètres TT, et les petites diagonales des mêmes faces sont respectivement parallèles aux diamètres HH. Les 60 apothèmes des 20 faces de l'icosaèdre sont respectivement parallèles deux à deux aux 30 diamètres *aa*. Les 60 apothèmes des 12 faces du dodécaèdre régulier sont respectivement parallèles deux à deux aux 30 diamètres *bb*. Enfin les 120 apothèmes des 40 faces des 5 octaèdres, ou, ce qui revient au même, les 120 apothèmes des 40 faces des 10 tétraèdres, sont respectivement parallèles deux à deux aux 60 diamètres *cc*.

» On voit par là combien sont intimes les relations des points D, I, H, T, *a*, *b*, *c* avec ce qu'on peut appeler la charpente rectiligne du réseau pentagonal (1). Les autres points de croisement, très-remarquables aussi, que renferme encore en assez grand nombre le réseau pentagonal, ne présentent pas des rapports aussi directs avec l'assemblage de lignes droites qui figure, dans l'intérieur de la sphère, les bases de la structure du réseau tracé sur sa surface.

» L'importance des points que je viens de signaler se révèle encore par la considération des cercles auxquels ils servent de pôles.

» Les points D sont les pôles des 6 dodécaédriques réguliers.

» Les points I sont les pôles des 10 octaédriques.

» Les points H sont les pôles des 15 grands cercles primitifs du réseau.

» Les points T sont les pôles des 30 dodécaédriques rhomboïdaux.

» Les points *a* sont les pôles des 30 bissecteurs IH des angles de 60 degrés.

---

(1) *Voir* les considérations que j'ai déjà présentées sur ce sujet dans ma *Notice sur les systèmes de montagnes*, p. 914 et ailleurs.

» Les points *b* sont les pôles des 30 bissecteurs DH des angles de 36 degrés.

» Les points *c* sont les pôles de 60 trapézoédriques TI, dont deux ont déjà été choisis pour former les grands cercles de comparaison de deux systèmes de montagnes, le *système du mont Viso* et le *système de l'Ural*.

» Cette réunion de circonstances m'a porté à appliquer aux points D, I, H, T, *a*, *b*, *c*, et à eux seulement, la dénomination de *points principaux du réseau pentagonal*.

» Pour étudier avec détail et précision les rapports du réseau pentagonal, dans l'installation provisoire que j'ai adoptée (1), avec les accidents orographiques et géologiques de l'écorce terrestre, il faut pouvoir construire les *points principaux* du réseau sur des cartes géographiques ou sur des globes, et tracer même dans une certaine étendue les cercles qui s'y croisent. Depuis 1850, j'ai successivement calculé les positions d'un assez grand nombre de ces points, avec l'orientation de l'un des cercles qui y passent, et j'ai présenté à plusieurs reprises, dans mes leçons, des cartes où les résultats de mes calculs étaient figurés. Celles de ces données, que j'avais déjà réunies en 1855, ont servi à M. Laugel pour la construction du globe que l'Académie connaît. Depuis lors, j'ai achevé de calculer les données de ce genre relatives à tous les points principaux du réseau, et je demande à l'Académie la permission de les consigner dans ses *Comptes rendus*, où ils seront à la disposition de tous ceux qui voudront en faire usage; de même que dans une précédente communication j'ai donné les valeurs numériques des quantités L, *b*, *c* qui fixent sur la sphère terrestre les cercles les plus importants du réseau (2).

» Les points principaux du réseau pentagonal sont au nombre de 362, savoir :

12 points D,	centres des 12 pentagones.	
20 points I,	centres des 20 triangles équilatéraux.	
30 points H,	centres des 30 losanges.	
60 points T		définis ci-dessus.
60 points *a*		
60 points *b*		
120 points *c*		
362 en tout.		

(1) Voyez *Comptes rendus*, t. XXXI, p. 336, séance du 9 septembre 1850, et t. XXXIII, p. 134, séance du 11 août 1851, ainsi que ma *Notice sur les systèmes de montagnes*, p. 1015.

(2) *Comptes rendus*, t. LVII, p. 121, séance du 20 juillet 1863.

» Mais ces points étant deux à deux antipodes l'un de l'autre, c'est-à-dire situés aux deux extrémités d'un même diamètre de la sphère, il suffit de calculer les données relatives à la moitié, ou à 181, d'entre eux.

» On peut se borner en conséquence à considérer les points principaux appartenant à 6 des 12 pentagones, ceux des 6 autres pentagones étant les antipodes des premiers. Cela est même plus que suffisant à cause de certains doubles emplois inévitables.

» Chaque pentagone contient :

1	point D.
5	points I.
5	points H.
5	points T.
5	points *a*.
5	points *b*.
10	points *c*.
36	points principaux en tout.

» Il semblerait donc que les 12 pentagones devraient en contenir 432; mais chaque point I revient trois fois dans ce mode de supputation, parce qu'il appartient aux contours de trois pentagones, et par un motif semblable chaque point H est compté deux fois; de sorte que du nombre 432 il faut retrancher 40 pour les répétitions des mêmes points I et 30 pour les répétitions des mêmes points H, ce qui le ramène au nombre 362 déjà obtenu, dont la moitié est 181.

» En outre, si on considère 6 pentagones contigus en négligeant les 6 autres, le contour extérieur du groupe des 6 pentagones conservés se compose de 10 côtés de pentagone renfermant en tout 10 points I et 10 points H, qui, respectivement, sont deux à deux antipodes l'un de l'autre, et dont il suffit de considérer la moitié.

» J'ai consacré à chacun des 6 pentagones contigus que j'ai considérés un tableau particulier. Les points sont placés dans les six tableaux suivant un ordre constant, qui les rendra d'autant plus faciles à retrouver.

» Chaque tableau contient 36 lignes, ce qui en fait 216 en tout, dont 35 restent en blanc à cause des répétitions déjà indiquées. Il reste 181 lignes effectives, absolument nécessaires, comme se rapportant à des diamètres de la sphère différents les uns des autres. On pourrait être surpris, au premier abord, que le nombre des points principaux indépendants les uns des autres, qui se trouvent dans 6 pentagones, ne soit pas divisible par 6 et

soit même un *nombre premier*. Cela tient aux réductions résultant des doubles emplois que j'ai signalés. »

(*Les six tableaux numériques ne pourront trouver place que dans le numéro suivant des* Comptes rendus.)

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Membre de la Section d'Économie rurale en remplacement de feu *M. de Gasparin*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 59 :

M. Paul Thenard obtient	28 suffrages.
M. Chambrelent.	17 »
M. Reiset.	14 »

Aucun des candidats n'ayant réuni la majorité absolue des suffrages, il est procédé à un second tour de scrutin. Le nombre des votants étant encore 59 :

M. Paul Thenard obtient	33 suffrages.
M. Chambrelent.	15 »
M. Reiset.	10 »

Il y a un billet blanc.

M. Paul Thenard, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Sa nomination sera soumise à l'approbation de l'Empereur.

MÉMOIRES LUS.

TECHNOLOGIE. — *De la consommation et du commerce des viandes de la Plata* (deuxième partie); *par* **M. Schnepp**. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires précédemment nommés : MM. Milne Edwards, Boussingault, Payen.)

« Le procédé de conservation des viandes le plus anciennement connu dans cette partie de l'Amérique consiste à couper la viande en lanières minces et longues et à sécher celles-ci au soleil. Ainsi préparée, la viande se

conserve pendant un mois ou deux, sous le nom de *carne seca* ou *dulce*. On la mange rôtie, mais elle est très-dure et a peu de goût; cuite avec des légumes, elle communique à ceux-ci une saveur agréable qui rappelle celle du lard fumé, mais la fibre musculaire ne conserve plus alors ni goût ni saveur.... Ce procédé est insuffisant quand il s'agit d'opérations en grand et de préparations qui ont besoin de se conserver pendant longtemps. Il a conduit, par des modifications successives, à la création des *saladeros* qui constituent l'industrie la plus importante de la Plata. Ces établissements, fondés dans le but de retirer le meilleur parti possible du bétail qui encombre ces pays, préparent avant tout les peaux et la graisse; la viande y est souvent sacrifiée à ce dernier produit. Mais dans tous les *saladeros* où l'on prépare la viande, on opère à peu près de la même manière: la partie charnue de l'animal qui, en moyenne, pèse 150 kilogrammes, est coupée en huit grandes et larges lames dont l'épaisseur ne dépasse pas 20 centimètres. Celle-ci sont lavées, pendant quelques secondes, dans une saumure, puis elles sont étalées par couches superposées entre des couches de sel.... Ces lames sont retournées le second jour et salées de nouveau; le troisième jour elles sont retirées de la salaison, empilées au grand air et chargées de poids. Elles restent ainsi pressées pendant plusieurs jours. Dans quelques *saladeros* on place les viandes sous de fortes presses, dès le second, et même dès le premier jour; on en exprime ainsi une plus grande quantité d'eau; alors les lames sèchent plus vite et plus régulièrement, seuls résultats qu'on recherche.

» Après trois ou quatre jours de pression, les viandes sont étendues au soleil; on les rentre le soir pour les étendre le lendemain et les jours suivants jusqu'à ce qu'elles soient sèches, ce qui exige rarement plus de quatre ou cinq jours.... La viande ainsi préparée est réduite au quart de son poids à l'état frais, et elle constitue ce qu'on appelle le *tasajo* ou *charqué*. Cette viande est généralement consommée avec des légumes, surtout avec des haricots; elle communique à ces légumes une saveur agréable et appétissante, mais la fibre charnue se dépouille ainsi de presque toute sa saveur; rôtie, elle est dure, mais assez succulente; elle ne peut donner de bouillon limpide et bien sapide, mais cuite avec partie égale de viande fraîche et des légumes elle produit d'excellentes soupes.

» Le *tasajo* est exporté au Brésil et à la Havane en quantité très-considérable; la moyenne annuelle, d'après les registres des douanes de Buenos-Ayres et de Montevideo, s'élève à 1117600 quintaux, ou 56 millions de kilogrammes. Les meilleures préparations se payent 22 centimes le kilo-

gramme, et elles pourraient être livrées en Europe même à 40 centimes. Mais le *tasajo*, tel qu'il est préparé actuellement, ne saurait entrer dans notre consommation. Son aspect déplaît, et la sursaturation de sel, ainsi que la trop grande soustraction de matières solubles par la pression, aidée de la dessiccation, lui enlèvent une proportion très-forte d'arome et de principes alibiles.

» La dessiccation par la ventilation est préconisée à Buenos-Ayres; elle pourra donner des résultats assez satisfaisants si l'on renonce à l'action de la presse. J'ai essayé aussi, d'après les indications de M. Boussingault, le procédé qui consiste à sécher les viandes après les avoir saupoudrées avec de la farine de maïs; il ne m'a pas donné de bons résultats. Il conviendrait peut-être dans les provinces de l'intérieur où il n'y a pas de sel, et où le climat est plus sec. Mais toutes les méthodes qui tendent à conserver les viandes au moyen des saumures et de la graisse ne sont pas applicables dans la Plata; d'ailleurs les saladéristes les ont toujours rejetées.

» Il est d'usage, dans la plupart des *saladeros*, en hiver, quand les viandes ne peuvent plus être séchées, de les saler, comme je l'ai dit, de les empiler, le troisième jour de les couvrir d'une couche de sel et d'une toile, de les charger de poids et de les laisser ainsi, pendant cinq à six mois, exposées aux pluies et aux vents. Au retour du printemps, on les retrouve en général en très-bon état. Guidé par ce fait, j'ai construit des piles semblables à Montevideo et les ai expédiées en France. Ces viandes, après deux mois de traversée, sont arrivées au Havre dans un état parfait de fraîcheur, et, deux mois plus tard, après quatre mois de préparation, elles étaient encore roses et fraîches, et elles ont été consommées dans les cités ouvrières de Mulhouse. Ce procédé résout à la fois le côté pratique de la conservation des viandes et la question économique, puisque les viandes peuvent être livrées à la consommation au même prix que le pain. »

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Mémoire sur la résolution des problèmes de mécanique, dans lesquels les conditions imposées aux surfaces ou aux extrémités des corps, au lieu d'être invariables, sont des fonctions données du temps et où l'on tient compte de l'inertie de toutes les parties du système; par* **M. Phillips.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Combes, Morin, Bertrand.)

« En général, toutes les questions du genre de celles énoncées dans le titre ci-dessus, mais dans lesquelles les conditions imposées aux surfaces

ou aux extrémités des corps sont invariables, se résolvent par un même procédé qui consiste à exprimer la fonction inconnue par une série d'un nombre infini de termes simples dont chacun satisfait séparément, d'abord à l'équation aux différences partielles qui régit le problème, puis aux conditions relatives aux extrémités. Les coefficients de ces termes se déterminent ensuite d'après l'état initial et à l'aide d'un procédé d'élimination particulier.

» Cette méthode n'est plus applicable lorsque les conditions assignées aux surfaces ou aux extrémités des corps sont des fonctions du temps. Cependant la solution des questions de cette nature est fort importante, car un grand nombre de problèmes très-essentiels se présentent de cette manière, soit dans la mécanique, soit dans diverses branches de la physique mathématique. C'est ainsi que, dans la théorie de la chaleur, la surface libre des corps peut être assujettie à une température variable avec le temps, ou bien rayonner dans un milieu dont la température soit une fonction donnée du temps. De même, dans la mécanique ou dans la théorie de l'élasticité, on rencontre fréquemment des circonstances du même genre. Dans les machines, les pièces diverses, comme les tiges, les bielles, les manivelles, etc., sont souvent en dehors des conditions spéciales dans lesquelles on est habitué à évaluer leur résistance, même en tenant compte des mouvements vibratoires. Leurs extrémités, au lieu d'être fixes, reçoivent un mouvement quelquefois très-rapide, comme cela a lieu particulièrement dans les locomotives et dans certaines machines que nous offre l'industrie, mouvement qui est représenté par une fonction du temps. Les forces appliquées, par exemple celle de la vapeur, sont aussi des fonctions du temps, et même l'effet de ces forces dépend souvent des réactions moléculaires du système. L'utilité de la solution des questions de ce genre s'est surtout accrue depuis que ces machines, où les organes sont animés d'une très-grande vitesse et où les forces varient très-promptement, se sont davantage répandues et que l'on a été conduit à substituer de plus en plus l'acier au fer dans la construction des pièces de cette espèce.

» Depuis un certain nombre d'années, divers savants éminents ont traité ce genre de questions et en ont donné des solutions, et il faut citer particulièrement M. Duhamel qui, le premier, a donné à ce sujet des méthodes générales dans deux Mémoires très-remarquables insérés dans les XXIIe et XXIIIe Cahiers du *Journal de l'École Polytechnique*. Le premier fournit le moyen de déterminer le mouvement de la chaleur dans les corps lorsque les conditions relatives aux surfaces sont des fonctions du temps. Le second

traite des vibrations d'un système quelconque de points matériels. La méthode du savant auteur est fondée sur le principe de la superposition des petits mouvements.

» En étudiant la résistance des organes des machines locomotives qui sont soumis tout à la fois à des mouvements très-rapides et à des forces considérables, variant à chaque instant et dépendant souvent des réactions moléculaires du système, j'ai été conduit à deux procédés qui me paraissent présenter certains côtés nouveaux et intéressants, au moins dans les applications à la Mécanique.

» Le premier est une extension de la solution sous forme finie, due à d'Alembert, du problème des cordes vibrantes. Il s'applique aux questions dans lesquelles l'équation aux différences partielles qui régit le problème est du même type, et l'on sait que celui-ci comprend les mouvements longitudinaux des tiges ainsi que les vibrations longitudinales et transversales des cordes. En satisfaisant d'abord à l'état initial, puis aux conditions imposées aux extrémités, on résout la question par une suite de fonctions de forme finie qui se succèdent alternativement. Ces fonctions sont discontinues, mais elles vérifient cette condition essentielle que, en passant de l'une d'elles à la suivante, les valeurs qu'elles donnent pour la position et la vitesse de chaque point varient toujours d'une manière continue. Ces solutions, que j'obtiens sous forme finie, sont le plus souvent exprimées au moyen de lignes trigonométriques; quelquefois il y entre des exponentielles; quelquefois même elles se réduisent à de simples fonctions algébriques. Mais, dans tous les cas, elles remplissent toutes les conditions de la question et représentent l'état général, y compris les mouvements vibratoires.

» J'ai appliqué cette méthode à un certain nombre d'exemples, notamment ceux-ci : 1° détermination des mouvements moléculaires d'une tige dont une extrémité est libre, tandis que l'autre est soumise à un mouvement donné soit alternatif, soit uniformément varié; 2° même question pour des bielles, des manivelles ou des tiges, lorsqu'une extrémité recevant un mouvement donné, l'autre est soumise à des forces variables avec le temps, et notamment à l'action de la vapeur, agissant soit directement, soit par l'intermédiaire d'un piston; 3° recherche des oscillations transversales d'une corde tendue dont une extrémité est assujettie à un mouvement alternatif, tandis que l'autre, ou bien est fixe, ou reçoit le même mouvement alternatif, ou encore est soumise au même mouvement, mais en sens inverse. En traitant ce problème, on trouve que ces oscillations sont généralement

périodiques; qu'elles peuvent être isochrones, mais aussi que le mouvement peut être tel, qu'elles tendent à croître indéfiniment. Dans un Mémoire inséré dans le tome VIII du *Journal de Mathématiques pures et appliquées* de M. Liouville, M. Duhamel avait résolu, par sa méthode générale, quelques problèmes du même genre sur les verges et sur les cordes, et, ainsi que cela devait être, les résultats que j'obtiens concordent avec les siens dans les mêmes circonstances; seulement leur forme n'est pas la même, à cause de la différence des procédés. J'ai déjà cité comme exemple d'une question à laquelle j'avais appliqué ma méthode, celui d'une tige dont l'extrémité est libre, tandis que l'origine est soumise à un mouvement uniformément varié. C'est là un des cas assez curieux dans lesquels les fonctions sous forme finie qui représentent l'état général du système, y compris les mouvements vibratoires, ont une forme purement algébrique. Elles sont au nombre de quatre, rationnelles et entières; trois d'entre elles sont simplement du second degré par rapport aux variables, et la quatrième du premier degré seulement. Elles se succèdent à des intervalles très-rapprochés, dont la durée dépend tout à la fois de la longueur de la tige et de la vitesse de propagation du son ou d'un ébranlement dans la substance de celle-ci.

» Le principe de la deuxième méthode consiste à ramener la question au cas où les conditions imposées aux extrémités des corps sont invariables, ou bien d'être des fonctions du temps, problème que l'on résout ensuite par les procédés ordinaires. Seulement elle suppose que ces fonctions sont d'une certaine forme, mais qui est celle que l'on rencontre le plus souvent dans les machines. Elle s'applique d'ailleurs à plusieurs types d'équations aux différences partielles, tant à celui qui régit les vibrations transversales des verges qu'à celui des cordes vibrantes ou des mouvements longitudinaux des tiges. Je l'ai appliquée notamment à l'étude des mouvements transversaux d'une barre, comme une bielle d'accouplement, dont les extrémités sont soumises à un mouvement alternatif donné. Je ramène ainsi la question au cas où les positions et les courbures des extrémités sont invariables, cas dont Poisson a donné la solution dans son Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques, inséré dans le tome VIII des *Mémoires de l'Académie des Sciences*. J'ai traité aussi par ce moyen quelques-uns des problèmes déjà résolus par la première méthode. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. le Président présente, au nom de l'auteur, *M. Tigri*, professeur d'Anatomie à Sienne, une Note sur un nouveau cas de *Bactéries trouvées dans le sang d'un homme mort à la suite d'une fièvre typhoïde.* L'observateur avait vainement cherché ces infusoires dans le sang des principaux vaisseaux des membres supérieurs; mais ayant porté son investigation sur les parties centrales du système circulatoire, il y trouva des Bactéries nombreuses, et particulièrement dans les veines pulmonaires et dans les cavités gauches du cœur où le sang en contenait une abondance vraiment extraordinaire.

(Renvoi à la Commission désignée pour les précédentes communications de l'auteur sur le même sujet, Commission qui se compose de MM. Andral, Velpeau, Rayer et Bernard.)

CHIMIE ORGANIQUE. — *De l'influence que l'eau pure, ou chargée de sels, exerce à froid sur le sucre de canne. Du rôle des moisissures et de l'action personnelle de quelques sels dans la transformation de ce composé; par* **M. A. Béchamp.** Deuxième Mémoire. (Extrait.)

(Commissaires précédemment nommés: MM. Payen, Peligot, Fremy.)

« Dans un précédent travail j'ai démontré que l'eau froide ne transforme le sucre de canne que consécutivement au développement des moisissures qui naissent dans sa dissolution, même lorsqu'on y introduit des composés réputés antiseptiques, tels que l'acide arsénieux, etc. A l'époque où je publiais mon Mémoire, l'action des moisissures avait en partie transformé le sucre de canne, mais l'inversion n'était pas complète dans tous les cas. J'ai poursuivi cette étude, et c'est le résultat de cette poursuite que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie.

» La première partie a pour objet de démontrer que le sucre peut être complétement interverti par les moisissures qui naissent naturellement, non pas spontanément, dans ces dissolutions, en présence ou sans la présence de certains sels.

» La seconde est destinée à démontrer que les moisissures déjà développées, introduites dans l'eau sucrée, transforment bien plus rapidement le sucre de canne, et que l'inversion peut également être complète.

» La troisième partie a pour objet l'étude de l'influence personnelle de certains sels, neutres ou acides, sur l'eau sucrée. »

Ce Mémoire, beaucoup trop long pour être imprimé en entier dans le *Compte rendu*, étant peu susceptible d'analyse, nous nous bornerons à en reproduire la première section.

« I. *Les moisissures qui naissent naturellement dans l'eau sucrée peuvent, à la longue, intervertir le sucre de canne.* Ceci résulte des expériences qui sont consignées dans le tableau suivant. Elles sont la suite de celles que j'ai commencées en 1856 et publiées en 1857. La première et la seconde colonne présentent l'état des dissolutions à l'origine des expériences, les suivantes leur état au moment où l'inversion était totale.

15gr,1 DE SUCRE DE CANNE dans 100 centimètres cubes des dissolutions suivantes.	DÉVIATION le 25 juin 1856. — α_j.	DÉVIATION le 5 décembre 1857. — α_j.	DÉVIATION le 10 octobre 1863. — α_j.	POUVOIR rotatoire rapporté à $C^{12}H^{11}O^{11}$ à $t = 15^\circ (\alpha)_j$	POUVOIR rotatoire rapporté à $C^{12}H^{12}O^{12}$ à $t = 15^\circ (\alpha)_j$	OBSERVATIONS.
	o	o	o	o	o	
Eau pure .... } témoins.	22,03	1,5	8,16 ↘	27,00 ↘	25,6 ↘	Moisissures.
Eau pure et créosote.. } témoins.	22,03	22,2	22,2	73,51 ↗	"	Pas de moisissures.
Bichlorure de mercure, très-peu.	22,03	22,1	17,76	"	"	Pas de moisissures.
Acide arsénieux 0gr,02..........	22,04	0,7	8,1 ↘	26,8 ↘	25,4 ↘	Moisissures.
Sulfate manganeux	22,02	0,76	7,98 ↘	26,42 ↘	25,1 ↘	Moisissures.
Sulfate d'alumine.............	22,02	0,72 ↘	8,2 ↘	27,1 ↘	25,6 ↘	Moisissures.
Nitrate de baryte.....	22,02	0,48 ↘	8,16 ↘	27,0 ↘	25,6 ↘	Moisissures.
Nitrate de magnésie...........	22,02	0,80 ↘	10,0 ↘	31,1 ↘	31,4 ↘	Moisissures.
Phosphate de soude ordinaire...	20,23	"	9,7 ↘	32,1 ↘	30,0 ↘	Moisissures.
Oxalate de potasse............	21,0	0,34 ↘	8,4 ↘	27,8 ↘	26,4 ↘	Moisissures, liq. alcaline.
Bioxalate de potasse	22,0	0,20 ↘	8,16 ↘	27,0 ↘	25,6 ↘	Moisissures.

» Par ce tableau il est visible que l'eau sucrée, additionnée de créosote, a conservé son pouvoir rotatoire intact pendant la durée de 7 années et 4 mois. La créosote a donc rendu le *terrain* absolument *infécond* pour les germes ou spores des moisissures que l'air introduit dans la liqueur. Dans toutes les autres dissolutions le sucre a été transformé et totalement interverti. Laisant de côté pour le moment l'influence du bichlorure de mercure

qui a empêché la germination des germes, mais non la variation, on voit que l'eau pure, les sels neutres et saturés, ou alcalins, ou acides, antiseptiques ou non, ont laissé se développer les moisissures, et que sous l'influence de celles-ci et du temps l'inversion a pu atteindre sa limite extrême, devenir totale comme cela a lieu par l'ébullition du sucre avec les acides puissants. On est donc autorisé à penser que l'état de saturation plus ou moins complète du sel n'a que peu d'influence sur la germination des spores, la croissance du végétal mycodermique et sur le phénomène de l'inversion. Ceci deviendra évident si l'on compare l'influence particulière du phosphate de soude ordinaire à celle du sulfate d'alumine : le premier de ces sels est à réaction alcaline, l'autre à réaction acide; néanmoins, les moisissures s'étant développées, les deux liqueurs ont abouti en même temps à la totale inversion, qui a même été dépassée dans la dissolution où se trouvait le sel neutre à réaction alcaline. C'est qu'un sel neutre, quel que soit son état de saturation, est une individualité chimique qui contient virtuellement la base et l'acide; mais celui-ci y est enchaîné, et, bien que le tournesol puisse être rougi par le sulfate d'alumine, on doit penser que c'est le sel, et non l'acide qu'il contient, qui opère. On peut même remarquer que ce sont les sels les plus saturés (nitrate de baryte, de magnésie, oxalate de potasse, phosphate de soude) qui, toutes choses égales, entravent le moins la germination des spores, le développement des moisissures, et par suite l'inversion. Les cas particuliers offerts par le nitrate de magnésie et le phosphate de soude, où le pouvoir rotatoire de la liqueur intervertie a dépassé de 5 à 6 degrés le pouvoir du sucre interverti, ne sont pas fortuits, comme je le montrerai dans un prochain travail.

» J'insiste avec intention sur la particularité qu'a présentée la liqueur sucrée mêlée d'oxalate de potasse. Elle était alcaline; traitée par un acide, elle dégageait de l'acide carbonique. Sous l'influence de la petite plante, l'oxygène a donc brûlé l'acide oxalique, et le sucre a été transformé en glucose dans une liqueur non acide. Je discuterai ailleurs les conséquences de cette expérience, et je termine cette première partie en disant que les moisissures contiennent toutes de l'azote, comme je l'ai déjà dit en 1857. Au point de vue des générations dites spontanées, cette remarque me paraît capitale, comme au point de vue de la fermentation glucosique du sucre de canne. »

PHYSIOLOGIE. — *De l'influence des nerfs pneumo-gastriques sur les effets de certaines substances vénéneuses introduites dans l'estomac. Études expérimentales; par* M. PH. LUSSANA. (Extrait par M. Longet, présenté en son absence par M. Velpeau.)

(Commissaires, MM. Chevreul, Velpeau, Longet.)

« On sait que la section des nerfs pneumo-gastriques retarde ou amoindrit les effets de l'empoisonnement par la strychnine qu'on a introduite dans l'estomac, tandis que cette section détermine promptement, au contraire, les effets toxiques qui résultent de la présence simultanée de l'amygdaline et de l'émulsine dans cet organe.

» On a depuis longtemps cherché à se rendre compte de cette singularité; les présentes recherches ont pour but la solution de ce problème.

» La première partie de ces expériences confirme l'opinion suivant laquelle le retard que la section des pneumo-gastriques apporte à l'empoisonnement par la strychnine a pour cause les entraves apportées à l'absorption par les troubles circulatoires et respiratoires qui résultent de cette opération.

» La seconde partie a un autre objet : on sait que, lorsqu'on met en présence dans un vase de l'amygdaline et de l'émulsine, ces deux substances réagissent l'une sur l'autre et produisent de l'acide cyanhydrique qui tue; cet empoisonnement, qui ne s'effectue pas dans l'estomac sain, s'effectue si l'on coupe les nerfs pneumo-gastriques. Pourquoi?

» On a donné pour explication que le suc gastrique qui se sécrète normalement dans un estomac sain *digérait* l'émulsine avant qu'elle ait pu réagir sur l'amygdaline, c'est-à-dire que le suc gastrique changeait cette substance de telle façon, qu'elle n'était plus propre à provoquer la formation d'acide cyanhydrique. Mes expériences, dit M. Lussana, infirment cette explication; l'action digestive du suc gastrique ne s'exerce pas sur l'émulsine, comme cela a été avancé, et ne transforme pas ce principe. En effet : 1° après avoir prolongé le contact du suc gastrique sur l'émulsine, en digestion artificielle, durant des jours, on la trouve encore propre à développer en abondance de l'acide cyanhydrique; 2° l'émulsine et l'amygdaline recueillies dans l'estomac sain, et qui n'empoisonnaient pas, empoisonnent d'une manière très-rapide dès qu'on vient à changer seulement la réaction du milieu. Donc ce n'est pas l'altération par action métamorpho-

sante ou digestive du suc gastrique, qu'il faut indiquer pour expliquer le défaut de l'empoisonnement.

» Selmi a déjà montré que l'amygdaline et l'émulsine donnaient le maximum d'acide cyanhydrique quand elles se rencontraient dans un milieu neutre, et le minimum dans un milieu acide.

» C'est, suivant les présentes expériences, précisément la vraie raison du défaut des effets toxiques dans l'estomac normal. L'acidité du suc gastrique paralyse l'action de l'émulsine sur l'amygdaline; mais la propriété est si bien conservée, même dans l'estomac, que si l'on réussit à neutraliser le contenu de celui-ci, l'empoisonnement éclate.

» C'est parce que le suc gastrique des herbivores est le moins acide que l'empoisonnement a plus facilement lieu chez eux.

» Enfin, si la section des nerfs pneumo-gastriques favorise les effets toxiques, c'est que l'acide cyanhydrique peut se produire en toute liberté, car la sécrétion acide de l'estomac, diminuant, ne gêne plus cette production vénéneuse. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur la prétendue destruction du vin par l'oxygène.* Extrait d'une Note de **M. E.-J. Maumené.**

(Commissaires, MM. Peligot, Pelouze, Fremy.)

« L'action du mercure sur le vin exposé à l'influence de l'oxygène est lente lorsque le mercure est pur. Il ne suffit pas d'une nuit pour la déterminer.

» Elle est immédiate quand on se contente d'employer le mercure ordinaire des laboratoires souillé de métaux étrangers, et c'est alors que « le bouquet a disparu presque aussitôt pour faire place à une odeur de » vinasse des plus désagréables ; » on pourrait dire plus, car le vin se rapproche parfois dans ces expériences d'une dissolution végéto-animale en putréfaction.

» Toutefois, le mercure le plus pur peut amener l'altération du vin et changer profondément son bouquet dans des conditions faciles à apprécier, conditions dans lesquelles l'oxygène ne joue aucune espèce de rôle.

» Le mercure *s'éteint* par une forte agitation, et la poussière qui se forme agit comme toutes les poussières, en occasionnant un dégagement d'acide carbonique. Or, ce gaz paraît contribuer beaucoup à maintenir en dissolution la matière colorante et quelques autres éléments constituants du vin. Toutes les fois que j'ai soumis le vin à une action de ce genre, j'ai vu le vin

se troubler. Par le repos il s'y forme un sédiment très-coloré. Tant que la matière de ce sédiment reste en suspension dans le vin, elle modifie sa saveur à un degré souvent très-marqué, comme le savent tous les dégustateurs. Mais lorsqu'elle s'est déposée tout entière, lorsque le sédiment est bien formé, le vin reprend son goût primitif. Dans l'expérience du mercure, en admettant même l'absence de toute action chimique (lorsqu'il est bien pur et l'expérience peu prolongée), on observe les effets de poussière : le vin se trouble, et si l'on pouvait à ce moment séparer la poussière mercurielle de la poussière sédimenteuse organique, en laissant cette dernière suspendue dans le liquide, on trouverait le vin très-modifié dans son bouquet, ou plutôt dans son goût, sans que l'oxygène ait aucune part dans cette modification.

» Mais lorsqu'on le filtre, on isole le sédiment, on éclaircit le liquide, et, comme l'oxygène n'a produit aucune action, le vin se présente avec sa saveur ordinaire. Le mercure pulvérulent a été séparé du même coup, et, si la masse métallique, lavée à plusieurs reprises avec de l'eau distillée, se rassemble jusqu'au dernier globule en une masse brillante, il est bien facile de s'en rendre compte... »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur les vins mousseux par l'oxygène.* Extrait d'une Note de **M. Maumené.**

« Lorsque j'ai annoncé que le vin rendu mousseux par de l'oxygène présente un goût plus vif (ce qui vient d'être tout récemment confirmé), j'ai mentionné la sensation de chaleur causée par ces vins, c'est-à-dire par l'oxygène qu'ils renferment. Cette sensation est produite aussi par l'eau gazeuse d'oxygène. MM. Demarquay et Leconte confirment cette observation par leurs expériences sur l'oxygène comme agent thérapeutique....

» Au lieu d'oxygène gazeux, ne pourrait-il être utile, comme je l'ai proposé, d'employer l'eau gazeuse par l'oxygène ou le vin rendu mousseux par le même gaz? Leur emploi serait beaucoup plus commode. »

M. Colin (Léon), en présentant au concours pour les prix de Médecine et de Chirurgie un ouvrage qu'il vient de faire paraître sous le titre de « Études cliniques de Médecine militaire » (*voir* au *Bulletin bibliographique*), y joint, pour se conformer à une des conditions imposées aux concurrents, une indication de ce qu'il considère comme neuf dans son travail.

(Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

M. **Halden V. Badon** adresse de Miklos, Comitat d'OEdenbourg en Hongrie, une Note écrite en allemand sur un remède qu'il annonce être employé avec succès contre les fièvres périodiques, et que l'on modifie suivant l'âge et le sexe des malades.

M. Bernard est invité à prendre connaissance de cette Note et à faire savoir à l'Académie si elle est de nature à devenir l'objet d'un Rapport.

CORRESPONDANCE.

MÉTALLURGIE. — *Note sur la perméabilité du fer pour les gaz à haute température; par* **M. L. Cailletet.**

« Dans une récente communication à l'Académie, MM. H. Sainte-Claire Deville et Troost ont fait connaître le très-curieux phénomène de la perméabilité du fer pour l'oxygène, quand ce métal est porté à une haute température. On se souvient, en effet, qu'un tube de fer chauffé dans un fourneau et rempli d'hydrogène laisse écouler ce gaz de telle sorte qu'il se produit un vide presque absolu dans l'appareil métallique. Ces curieuses expériences peuvent servir à expliquer plusieurs phénomènes qui se produisent dans les travaux métallurgiques et qui, jusqu'à présent, n'avaient pu recevoir, je crois, d'explication satisfaisante. J'ai l'honneur de soumettre à l'Académie le résultat de recherches que j'ai faites sur ce sujet et que je me propose de poursuivre et de compléter.

» J'ai fait laminer sous des cylindres plats des portions de canon de fusil, dont les deux extrémités ont été ensuite soudées. On obtenait ainsi des rectangles allongés formés de deux lames en contact et soudées sur les bords. En chauffant, à la température élevée d'un four à rechauffer, une lame ainsi préparée, on remarque bientôt que les parties non soudées se séparent, reprennent leur forme cylindrique et leur volume primitif. Il n'est donc pas douteux que les gaz du foyer ont pénétré la masse du fer et ont opéré la distension des parties d'abord en contact.

» C'est à cette pénétration des gaz qu'il faut attribuer les soufflures qui recouvrent souvent les pièces de forge de grande dimension, et surtout les pièces pour blindage, au moment où elles sont extraites des fours à souder. Si l'on vient à percer une de ces soufflures en retirant la pièce ébauchée du foyer, on voit s'en échapper un jet de gaz combustibles qui se sont accumulés pendant le chauffage dans les cavités que peut présenter la pièce incomplétement élaborée.

» On avait remarqué depuis longtemps que le fer chauffé avec de la

poussière de charbon dans les caisses à cémenter était recouvert, après sa transformation en acier, d'une quantité d'ampoules plus ou moins nombreuses, suivant la nature du métal employé.

» Ainsi qu'il est facile de s'en convaincre par l'examen, chacune de ces ampoules correspond à un point où la soudure de l'éponge métallique n'a pu avoir lieu, soit par la présence d'une matière infusible, comme la chaux ou les cendres des combustibles employés, soit par un travail mécanique incomplet.

» Il était donc supposable, d'après les expériences de MM. H. Deville et Troost, que les gaz enfermés dans les caisses de cémentation, venant à traverser les pores du fer et s'accumulant dans les vides du métal rougi, déterminaient la formation des ampoules dont nous venons de parler. Une expérience bien simple confirme cette hypothèse.

» En cémentant ensemble des lames de fer de nature diverse que fournit l'industrie, on obtient constamment de l'*acier poule* (c'est le nom qu'a reçu l'acier recouvert de soufflures). Mais si l'on opère en employant le fer parfaitement doux et homogène que l'on obtient en chauffant pendant plusieurs heures à une température élevée de l'acier fondu, on remarque alors que les lames de fer homogène sont redevenues acier, mais sans présenter une seule ampoule à leur surface.

» On peut conclure des expériences que je viens de rapporter que, pour transformer en acier les pièces de fer dont les surfaces ne doivent pas être altérées, il faut employer un fer aussi homogène que possible et recourir à un procédé rapide de cémentation.

» Afin d'éviter aussi dans la fabrication des pièces de forge la production des soufflures, il faudra empêcher la formation des vides dans la matière ébauchée, car, ainsi que nous avons essayé de le démontrer, ce sont les gaz du foyer qui produisent ces soufflures en se condensant dans les cavités du métal. »

MÉTALLURGIE. — *Remarques de* **M. H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE** *à l'occasion de cette communication.*

« Je n'ai rien à ajouter à la Note très-intéressante et très-concluante de M. Caillctet. Je désire seulement appeler son attention sur un autre phénomène qu'on peut observer très-fréquemment dans les opérations métallurgiques : c'est le dégagement des gaz dissous dans les liquides à haute température. Le rochage de l'argent, le rochage de la litharge, si complétement

étudié par M. Le Blanc, le dégagement des bulles de gaz inflammable du sein des matières vitreuses, sont des phénomènes qui seront généralisés à coup sûr. La fonte blanche, l'acier, au moment de leur refroidissement, laissent exhaler un gaz (oxyde de carbone ou hydrogène sans doute) qui nuit beaucoup à la perfection des pièces coulées en acier fondu. C'est à ce phénomène que l'on doit rapporter quelques observations très-curieuses de MM. Résal et Minari sur la production de scories bulleuses et à bulles inflammables à la surface de la fonte blanche en fusion (ou plutôt en voie de solidification), la fonte grise, ce qui est très-curieux, ne donnant rien de semblable. L'origine de ces gaz combustibles est d'ailleurs facile à trouver dans les foyers de chauffage; les parois des creusets servent par endosmose à concentrer sur les matières qu'ils contiennent les gaz qui les entourent. Il serait donc fort à désirer que des expériences fussent faites dans les grands ateliers métallurgiques, où les ingénieurs ont à leur disposition des instruments scientifiques qui deviennent les plus précieux quand on sait s'en servir, comme l'a si bien montré M. Cailletet.

» L'expérience de M. Cailletet, combinée avec celle que nous avons publiée, M. Troost et moi, sur la porosité du platine, explique la formation des bulles qui nuit souvent à la qualité de ce métal, car ces bulles ne se forment que quand on porte à une haute température le platine laminé, et leur développement n'est pas en rapport avec la dilatation de l'air (1) qu'on peut supposer interposé entre les feuillets métalliques qui leur servent de parois. »

GÉOLOGIE. — *Remarques sur les deux communications précédentes; par* **M. Ch. Sainte-Claire Deville.**

« La curieuse expérience de M. Cailletet, comme aussi celles qui sont rapportées dans les Mémoires présentés récemment à l'Académie en commun par mon frère et par M. Troost, prouvent d'une manière incontestable la propriété que possèdent les métaux (platine, fer) de se laisser traverser par les gaz lorsqu'ils sont portés à une vive incandescence.

» D'un autre côté, les recherches de ces deux derniers savants montrent que, si l'hydrogène traverse sans difficulté un tube de porcelaine fortement

---

(1) Je ferai remarquer ici que les parois métalliques produisent alors l'effet d'une pompe aspirante et foulante qui comprime fortement dans les cavités les gaz empruntés à l'atmosphère ambiante.

chauffé, mais non modifié dans sa structure, il n'en est plus de même lorsque le tube est porté à une température susceptible de ramollir ou de vitrifier sa paroi extérieure. Dans ce cas, non-seulement le gaz cesse d'être transvasé par le tube, mais il est arrêté et en partie absorbé par sa surface vitrifiée, laquelle peut ensuite le laisser échapper en prenant une structure poreuse.

» Ces divers faits se relient à un ensemble de propriétés antagonistes que présentent l'état cristallin et l'état vitreux ou amorphe. C'est un sujet que j'ai abordé plusieurs fois depuis 1845 (1), et sur lequel je me propose avant peu de revenir avec quelque détail, en le rattachant au fait plus général de l'allotropie, dont il n'est qu'un cas particulier.

» Je voudrais seulement aujourd'hui, à la suite des réflexions que mon frère vient de présenter, et aussi à propos des quelques mots très-bienveillants pour moi dont il a accompagné sa communication du 14 décembre dernier (2), rappeler l'intérêt géologique de la question.

» Le plus ancien fait connu de dissolution de gaz par les matières amenées à l'état de fusion ignée est celui qui donne lieu au *rochage* de l'argent. Les phénomènes analogues que présente la litharge au moment où on la coule, furent expliqués de la même manière par M. Thenard, et l'excellent travail de M. Félix Le Blanc (3) ne pouvait plus laisser de doute à cet égard. Enfin, l'expérience curieuse que mon frère a rapportée dans la séance du 14 décembre (4), vient donner la preuve la plus directe de la propriété que possèdent les corps vitreux en fusion d'absorber, puis de dégager des matières gazeuses, empruntées au milieu ambiant : et là, c'était un gaz combustible.

» Il était naturel, et je l'ai fait depuis longtemps, de rattacher à cette singulière propriété des substances lithoïdes en fusion plusieurs genres de faits qu'on observe dans les laves récentes et dans les éruptions volcaniques.

---

(1) Mon premier travail sur ces matières est une Note insérée en 1845 aux *Comptes rendus* (t. XX, p. 1453), sur la diminution de densité que subissent les minéraux en passant de l'état cristallin à l'état vitreux. C'est en poursuivant ce genre de recherches que j'ai été conduit à annoncer l'existence du *soufre insoluble*, et à faire connaître ses principales propriétés.

(2) *Comptes rendus*, t. LVII, p. 967.

(3) *Comptes rendus*, t. XXI, p. 293.

(4) *Comptes rendus*, t. LVII, p. 966

» Les laves qui s'écoulent des volcans constituent, au point de vue où nous nous plaçons, deux variétés distinctes. Les unes, très-riches en silice, très-*surfusibles*, prennent facilement l'état vitreux par le refroidissement : elles donnent alors l'obsidienne. Les autres, qui sont les plus abondantes dans l'époque actuelle (dolérites, amphigénites, basaltes), ont, en général, une teneur en silice qui ne dépasse pas 50 pour 100, et la plupart d'entre elles sont assez riches en chaux.

» Pour fixer les idées par un exemple, les environs de Naples présentent réunies ces deux variétés de roches : les trachytes anciens et les tufs ponceux des Champs Phlégréens d'un côté, et de l'autre, le massif amphigénitique de la Somma et du Vésuve.

» Les laves de ce volcan, quelle qu'ait été la vitesse de leur refroidissement, sont toujours cristallines (1). Les substances volatiles (vapeur d'eau, chlorures métalliques, acide sulfhydrique, etc.) qu'elles amènent avec elles, et qu'elles ont dû dissoudre dans le milieu très-échauffé où elles étaient en fusion, se dégagent successivement dans l'ordre que j'ai fait connaître, à mesure que s'opère lentement le travail intérieur de la cristallisation; absolument comme l'oxygène s'échappe de l'argent au moment du rochage, ou, dans un autre ordre de phénomènes, comme l'air dissous dans l'eau s'en sépare au moment où celle-ci se congèle.

» L'acte de la cristallisation amenant un accroissement considérable et subit de densité, il en résulte, à ce moment, un dégagement correspondant de chaleur latente, et je n'hésite point à attribuer à cette cause le réchauffement postérieur de la lave de 1855, observé par M. Scacchi et vérifié par M. Albert Gaudry et par moi-même (2). Des faits semblables n'avaient point d'ailleurs échappé aux anciens observateurs, puisque Serrão, après en avoir constaté la réalité sur la lave de 1737, remarquait que « les laves devaient » avoir en elles-mêmes une cause qui développe de la chaleur et les remet » en incandescence lorsqu'elles sont déjà complétement refroidies (à la » surface). »

» Les flammes qui ont été plusieurs fois observées au Vésuve, et en particulier par Leopoldo Pilla, ne pouvaient être attribuées qu'à la combustion de certains gaz émanés pendant le cours de l'éruption. Mais, lors

---

(1) Sauf quelques rares exceptions, que j'ai citées, de très-petites laves *subvitreuses* ou imparfaitement cristallines.

(2) *Comptes rendus*, t. XLI, p. 487 et 594.

de la dernière éruption de décembre 1861, j'ai été assez heureux pour mettre hors de doute le fait que les gaz combustibles se dégagent de la lave incandescente en voie de refroidissement, et les analyses exactes que nous en avons faites à mon retour, MM. Le Blanc, Fouqué et moi, ont montré qu'ils consistaient en un mélange d'hydrogène protocarboné et d'hydrogène.

» Il est donc naturel d'admettre que la matière incandescente était entourée, dans le foyer d'où elle émane, d'une atmosphère de cette nature, qu'elle s'en est imprégnée lorsqu'elle était liquide, et qu'elle l'abandonnait en passant progressivement à l'état cristallin. Le réchauffement postérieur que j'ai signalé dans les gaz qui s'échappaient de la lave (1) est sans doute encore là l'indice de la chaleur rendue sensible par l'acte de la cristallisation.

» Lorsque la matière éruptive, au lieu d'avoir, comme les laves dont je viens de parler, la plus grande tendance à cristalliser, présente, au contraire, avec un excès de silice, une propension à se consolider à l'état vitreux, elle constitue l'obsidienne. Elle emprisonne alors et solidifie en quelque sorte les substances volatiles qu'elle dissolvait, en même temps qu'une certaine quantité de chaleur latente (2), qui lui communique un minimum de densité.

» Mais, chose remarquable, si on vient à chauffer cette obsidienne bien au-dessous de son point de fusion, elle se boursoufle, de manière que son volume s'accroît dans une énorme proportion : et cependant, cette extrême porosité de la matière, qui la rend parfois d'une excessive friabilité et comme papyracée, ne correspond qu'à une perte insignifiante, quelques millièmes de son poids primitif. Une fois ainsi transformée en ponce, il faut une chaleur très-intense pour la ramollir de nouveau et la fondre.

» N'est-il pas naturel de penser que la température, relativement peu élevée, qu'avait d'abord subie l'obsidienne, a seulement amené ce verre à un état moléculaire particulier, qui, en permettant à la chaleur emmagasinée de se dégager, a fourni le supplément de calorique nécessaire pour ramollir la substance et faciliter l'expulsion des gaz? Exactement comme, dans l'expérience bien connue de M. Regnault, le *soufre mou* (c'est-à-dire le soufre vitreux, l'obsidienne du soufre), amené à 92 ou 93 degrés, dégage subitement une certaine quantité de chaleur et élève à 110 degrés la température du thermomètre qui est en contact avec lui.

» Quoi qu'il en soit, revenons aux Champs Phlégréens qui entourent le

---

(1) Treizième Lettre à M. Élie de Beaumont, *Comptes rendus*, t. LIV, p. 337.

(2) Que je propose d'appeler *chaleur latente de surfusion*.

Vésuve. Nous les trouverons composés uniquement de trachytes, d'obsidienne, de ponces, toutes matières vitreuses ou vitrescibles par excellence. Il sera donc permis de concevoir qu'une élévation relativement assez faible de température, et bien inférieure à celle qui s'observe à chaque éruption du Vésuve, venant à être appliquée dans l'intérieur du sol à des masses d'obsidienne, les transforme en ponce, avec un accroissement de volume considérable; d'où résulterait une force immense, qui, brisant l'opercule supérieur, le soulèverait en forme d'ampoule, en en projetant de toutes parts les fragments. Ainsi s'expliqueraient, comme je l'ai déjà fait remarquer, et ce qu'on a vu au Monte Nuovo, en 1538, et la production des nombreux cratères de la Campanie.

» Enfin (et je n'ai pas besoin de dire avec quelle réserve je présente cette dernière conjecture), si on observe la ressemblance qui existe entre la carte des Champs Phlégréens et celle de la surface lunaire, il est assez naturel de penser que ce sont des actions du même genre qui ont accidenté cette dernière, et il n'est peut-être pas hors de propos de faire remarquer qu'un globe qui serait uniquement composé de matière vitrifiée pourrait avoir ainsi condensé et dissous dans sa propre masse les éléments gazeux qui l'entouraient à l'origine et qui, sans cette circonstance, lui auraient constitué une atmosphère. Et, en appliquant cette pensée à notre propre globe, ne pourrait-on pas concevoir que la croûte granitique primitive, essentiellement riche en silice, substance dont j'ai prouvé l'extrême surfusibilité (1), eût condensé, avant sa consolidation, une partie au moins des gaz qui composent notre atmosphère? Dans cette hypothèse, la vapeur d'eau, l'hydrogène, l'hydrogène carboné, l'hydrogène sulfuré (ces trois derniers corps destinés à s'oxyder en arrivant à la surface) ne seraient que les derniers restes de cette atmosphère emmagasinée par les roches en fusion : comme les fluorures, chlorures et sulfures métalliques qu'amènent encore nos laves ne sont, d'après les belles recherches de M. Élie de Beaumont (2), que les derniers représentants des matières qui se sont successivement séparées des roches éruptives pour former les filons concrétionnés. »

---

(1) *Comptes rendus*, t. XL, p. 769.

(2) *Note sur les émanations volcaniques et métallifères* (*Bulletin de la Société Géologique*, 2e série, t. IV).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la respiration des végétaux; par* M. **Félix de Fauconpret.** (Extrait par l'auteur, présenté par M. Brongniart.)

« Je me suis proposé, dans ce premier Mémoire, de rechercher l'influence de la température sur les quantités d'acide carbonique absorbées ou exhalées par les végétaux. Les expériences ont été faites pour les trois modes de respiration, c'est-à-dire à l'obscurité, à la lumière diffuse et à la lumière solaire directe. La lumière diffuse est un élément très-variable, ainsi il convient de dire que celle à laquelle fut toujours exposée la plante, c'est la lumière que recevait l'appareil, entre midi et deux heures, placé contre un mur élevé exposé au nord, le temps étant complétement découvert. Quant à la lumière solaire directe, elle n'était jamais partiellement interceptée par des écrans.

» Quand, pendant une expérience (chacune durait une heure), un nuage est venu masquer le soleil, l'expérience a toujours été rejetée.

» Nous ne pouvons entrer dans de longs détails sur notre travail, qui embrasse une période de dix années et qui contient plus de trois cents analyses. En voici le principe. Une plante sans racines est suspendue dans une cloche; ce sont tantôt des rameaux (Laurier-Tin, Alaterne), tantôt des feuilles (Amaryllis, Primevère de Chine). Sur la plante arrive un courant d'air saturé d'humidité, et cet air est analysé avant son arrivée sur la plante et après sa sortie de la cloche. La différence des quantités d'acide carbonique, dans les deux cas, donne la quantité de ce gaz absorbée ou exhalée.

» A la lumière solaire directe où l'acide carbonique est absorbé, l'air qui arrive sur la plante était mélangé d'un dixième environ d'acide carbonique.

» Chaque expérience durait une heure, et pendant ce temps il passait environ 20 litres d'air sur la plante.

» L'appareil employé, trop compliqué pour que nous le décrivions ici, permet d'atteindre une grande précision, comme le démontrent les nombres obtenus. L'air, soit pur, soit mélangé d'acide carbonique, après s'être saturé d'humidité en traversant l'eau, passe à travers deux séries de tubes en U ou à boules, une partie directement, l'autre après avoir traversé la cloche.

» La température de la cloche n'est pas élevée artificiellement; les différences de température ont été observées en opérant à diverses époques de l'année.

» Souvent on a eu à remplacer un rameau flétri par un nouveau qui permît de continuer la même série d'expériences. Mais il est facile de prouver qu'on peut remplacer, sans altérer en rien les résultats, un rameau par un autre présentant à peu près le même nombre de feuilles, et surtout de poids très-voisin. Ainsi, deux rameaux d'Alaterne pesant, le premier $37^{gr},518$ et le second $36^{gr},909$, et présentant, le premier 56 feuilles et le second 54, donnent exactement les mêmes résultats.

» Ce travail m'a conduit aux conclusions suivantes :

» 1° Les quantités d'acide carbonique absorbées ou exhalées par une même plante varient avec la température, le mode de respiration restant le même.

» 2° A la même température, les quantités d'acide carbonique absorbées ou exhalées varient suivant la nature de la plante.

» 3° La loi suivant laquelle varient ces quantités à des températures diverses est représentée par une formule parabolique, quel que soit le mode de respiration de la plante et à quelque famille qu'elle appartienne.

» 4° Le coefficient du carré de la température est constant pour toutes les plantes dont le mode de respiration est le même, c'est-à-dire qui se trouvent soumises aux mêmes conditions de lumière.

» 5° Ce coefficient varie pour la même plante, suivant le mode de respiration.

» Je suis arrivé à cette loi mathématique en cherchant une formule empirique donnant la quantité d'acide carbonique Q en fonction de la température t. Partant de la formule

$$Q = A + Bt + Ct^2 + Dt^3,$$

je cherchai à déterminer, dans les différents cas, les coefficients A, B, C, D par la méthode des moindres carrés. Je trouvai toujours que B et D étaient nuls, ce qui réduit la formule à

$$Q = A + Ct^2.$$

A est indépendant de la température; il varie suivant la nature de la plante et suivant les conditions de lumière. B au contraire ne dépend que de la lumière. Voici quelques exemples :

LAURIER-TIN.

Obscurité........	$Q = 0,733 + 0,0003\ t^2$
Lumière diffuse....	$Q = 0,213 + 0,00021\ t^2$
Lumière directe....	$Q = 0,627 + 0,0014\ t^2$

ALATERNE.

Obscurité..........	$Q = 0,728 + 0,0003\ t^2$
Lumière diffuse....	$Q = 0,198 + 0,00021\ t^2$
Lumière directe....	$Q = 0,549 + 0,0014\ t^2$

DICLYTRA.

Obscurité..........	$Q = 0,524 + 0,0003\ t^2$
Lumière diffuse....	$Q = 0,395 + 0,00021\ t^2$
Lumière directe....	$Q = 0,134 + 0,0014\ t^2$

» Pour l'obscurité et la lumière diffuse, Q représente la quantité d'acide carbonique exhalée; pour la lumière directe, il représente l'acide carbonique décomposé.

» Pour les températures inférieures à zéro, il n'y a qu'à changer le signe du coefficient de t^2,

$$Q = A - Ct^2.$$

» Voici enfin un des tableaux de concordance entre les nombres observés et les nombres calculés par ces formules; il fera juger du degré de précision des expériences :

ALATERNE (obscurité).

Températures.	Valeurs de Q	
	Observées.	Calculées.
o	gr	gr
2,0	0,727	0,729
4,5	0,734	0,734
7,2	0,747	0,744
9,8	0,759	0,758
12,0	0,771	0,774
15,3	0,806	0,802
18,0	0,834	0,831
21,2	0,868	0,871

» Ce tableau, pris au hasard dans le Mémoire, fait bien ressortir l'exactitude des formules.

» Je me propose d'appliquer, dans un second Mémoire, ces résultats aux plantes cultivées en grand, principalement aux céréales, et de rechercher les conclusions pratiques que l'on peut en déduire pour la culture de ces plantes. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les circonstances qui précèdent, qui accompagnent ou suivent la formation des nuages orageux.* Extrait d'une Note de M. I.-JOSEPH SILBERMANN jeune.

« La plupart des physiciens admettent comme un fait constant l'existence de deux nuages distincts, superposés, mais détachés l'un de l'autre. L'un de ces nuages étant électrisé positivement, l'autre l'est négativement; et c'est entre les deux que jaillirait l'étincelle électrique.

» Or, sur plusieurs centaines d'observations que j'ai faites dans le cours de plus de vingt années, je n'ai jamais rien observé de pareil. Toujours j'ai vu que les nuages orageux se forment par l'agrégation d'un grand nombre de *cumulo-stratus*. De cette réunion de nuages d'abord isolés, résulte constamment un nuage en forme de champignon, plus ou moins surbaissé, ressemblant quelque peu à une masse arborescente qui repose sur une large base de *cumulo-stratus*.

» C'est toujours au milieu de la partie du nuage qui surmonte immédiatement le tronc que semble résider le foyer d'où jaillissent les éclairs. En dehors de ce centre d'activité électrique, les étincelles ne jaillissent que rarement.

» Deux fois seulement, entre deux nuages qui avaient tous deux la forme de champignons, séparés par une distance horizontale que la durée du tonnerre m'a permis d'évaluer approximativement à 16 ou 20 kilomètres, entre ces nuages, dis-je, j'ai vu l'étincelle jaillir de l'un à l'autre.

» Les observations que je viens de rappeler me paraissent en contradiction avec les ouvrages les plus récents de physique, qui reproduisent toujours l'hypothèse des nuages d'électricités contraires. Je crois pouvoir conclure de mes propres observations que la théorie dont je parle n'est pas fondée sur les faits, qu'elle semble une hypothèse imaginée *à priori* pour le besoin d'une explication toute faite.

» Dans peu de temps, j'espère pouvoir présenter à l'Académie une série de dessins représentant les particularités les plus singulières de ces sortes de nuages, et d'autres donnant la forme des éclairs ou des étincelles électriques les plus caractérisées. Je citerai entre autres un coup de foudre dont l'étincelle stratifiée avait une forme présentant beaucoup d'analogie avec celles de nos laboratoires.

» M. Renou dit avoir vu des orages se former avec les circonstances décrites dans les ouvrages de physique. Je ne saurais contester l'exactitude

d'une observation recueillie par ce savant météorologiste; tout ce que je puis dire, c'est que, tant à Paris qu'en Alsace et en Suisse, j'ai toujours observé les mêmes circonstances, tant pour les orages de passage que pour ceux qui se sont formés sur place. Du reste, ce qui, jusqu'à un certain point, me semble rendre compte de cette dissidence des observateurs, c'est que, par un effet de perspective fort aisé à concevoir, quand les nuages orageux sont à une grande hauteur angulaire l'observateur ne voit que le dessous du nuage en forme de *stratus* et une partie seulement de la partie supérieure qui a la forme des *cumulus*. La partie inférieure du nuage voile ainsi le tronc de la partie arborescente cumuliforme. (Le tronc est presque toujours formé de strates ou nervures verticales.) En outre, l'illusion a pu être encore augmentée par ce fait, que les deux parties du nuage en mouvement, vu la grande différence de leurs hauteurs, d'où résultent en même temps des vitesses angulaires plus ou moins considérables, semblent animées de vitesses différentes : le nuage supérieur même paraît reculer, quand le nuage inférieur avance. C'est un phénomène inverse qui se présente si le nuage s'éloigne. »

« **M. Passy** présente à l'Académie les trois derniers volumes de l'ouvrage sur l'Histoire naturelle de l'État de New-York. Ils complètent la série des vingt et un volumes de cette magnifique publication, entreprise et terminée sous les auspices de ce grand État.

» Le premier de ces trois volumes, sous le titre d'*Agriculture*, tome V, traite des insectes de ce pays;

» Les deux autres, de la *Paléontologie*: un volume pour le texte et l'autre pour les planches.

» Les géologues y trouveront une série de formes nouvelles des animaux les plus anciens qui compléteront la chaîne des organisations de ces époques.

» L'Académie verra que cette publication a été exécutée avec un soin et un luxe qui font honneur à la typographie américaine et aux représentants de l'État de New-York. »

Ces volumes offerts à l'Académie par le Gouvernement de l'État de New-York sont transmis par M. Vattemare.

La séance est levée à 5 heures et un quart. É. D. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans la séance du 8 février 1864 les ouvrages dont voici les titres :

OEuvres de Lavoisier, publiées par les soins de S. Exc. le Ministre de l'Instruction publique et des Cultes ; t. Ier, *Traité élémentaire de Chimie*. Paris, 1864; vol. in-4°.

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris sous le régime de la loi du 5 juillet 1844 ; publiée par les ordres de M. le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics, t. XLVI. Paris, 1864 ; vol. in-4°.

Expériences de mécanique ; par M. TRESCA. Vol. in-8° avec planches. (Présenté par M. Morin.)

Essai sur les albuminuries produites par l'élimination des substances toxiques ; par le Dr Aug. OLLIVIER. Paris, 1863, in-8°.

De l'albuminurie saturnine ; par le même. (Extrait des *Archives générales de Médecine*.) Paris, 1863 ; br. in-8.

(Ces deux ouvrages sont présentés au nom de l'auteur par M. Rayer.)

Étude sur l'action du quinquina dans les fièvres typhoïdes, et sur la fièvre pernicieuse dothinentérique ; par G. PÉCHOLIER. Paris et Montpellier, 1864 ; in-8°. (Présenté au nom de l'auteur par M. Balard.)

Annuaire scientifique publié par P.-P. DEHÉRAIN ; années 1862, 1863 et 1864; 3 vol. in-12.

De l'acide phénique, de son action sur les végétaux, les animaux, les ferments, etc.; par le Dr Jules LEMAIRE. Paris, 1863 ; in-12.

Rapport sur les travaux de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève, de juillet 1862 à juin 1863; *par* M. le professeur MARCET, président. (Extrait des *Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève*.) Genève, 1863 ; in-4°.

Essais de pisciculture entrepris dans le département de l'Hérault pendant l'année 1863 ; *par* M. Paul GERVAIS. Paris, 1863 ; demi-feuille d'impression in-8°.

Anuario... *Annuaire de l'Observatoire de Madrid* (5e année, 1864). Madrid, 1863; in-12.

International exhibition... *Exposition internationale de* 1862, *classe* 15. *Rapports des jurys. Chronomètres, montres et horloges*. Br. in-8°.

Ueber den... *Sur la différence entre l'oxygène actif et l'oxygène ordinaire; par* R. CLAUSIUS; br. in-12.

Ueber einen... *Sur une proposition fondamentale de la théorie mécanique de la chaleur; par* le même; br. in-12.

Uber einen... *Sur un nouvel atmomètre et expériences faites avec cet instrument; par* MM. RUDOLF *et* VON VIVENOT. Vienne, 1863; br. in-8°.

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou; publié sous la rédaction du Dr RENARD. Année 1863, nos 1 et 2. Moscou, 1863; 2 vol. in-8° avec planches.

Sull' ozono... *Nouvelles recherches sur l'ozone atmosphérique; par* L. PALMIERI. Naples, 1863; in-4°.

Il principe... *Le prince Boncompagni et l'histoire des sciences mathématiques en Italie; par* le professeur Giov. CODAZZA. (Extrait du *Politecnico*, t. XX.) Milan, 1864; br. in-8°.

Libros... *Les livres du savoir d'astronomie du roi don Alphonse X de Castille*, réunis, annotés et commentés par don Manuel RICO Y SINOBAS, membre titulaire de l'Académie royale des Sciences. Ouvrage publié par ordre de Sa Majesté. T. II. Madrid, 1863; vol. in-folio.

O mijocenicznych... *Les gypses miocènes et les dépôts de sel gemme dans les parties montueuses de la vallée de la Vistule, près de Cracovie; par* Louis ZEJSZNER. (Extrait de la *Bibliothèque varsovienne* de mars 1863.) In-8°.

L'Académie a reçu dans la séance du 15 février 1864 les ouvrages dont voici les titres :

Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut impérial de France, t. XXXII. Paris, 1864; vol. in-4°.

Le jardin fruitier du Muséum; par J. DECAISNE, 67e livraison. Paris, 1864; in-4° avec planches.

Anatomie et physiologie comparée du bassin des Mammifères; par le Dr JOULIN. (Extrait des *Archives générales de Médecine.*) Paris, 1864; in-8°. (Présenté au nom de l'auteur par M. Velpeau.)

Études cliniques de médecine militaire. Observations et remarques recueillies à l'hôpital militaire du Val-de-Grâce, spécialement sur la tuberculisation aiguë et sur les affections des voies respiratoires et digestives; par M. Léon COLIN. Paris, 1864; in-8°. (Destiné au Concours pour les prix de Médecine et de Chirurgie de 1864.)